

## Silke Jacobsen, Dimostrazioni armoniche oder der lange Weg zur mitteltönigen Temperatur

Im ausgehenden Mittelalter war das vorherrschende Klangideal einer grundsätzlichen Wandlung unterworfen. Die Veränderungen nachzuvollziehen, zu beschreiben und wissenschaftlich zu erfassen, stellte die damaligen Musiktheoretiker vor eine große Herausforderung. Besonders deutlich tritt dieser Prozess in der Auseinandersetzung mit den damaligen Stimmungssystemen zu Tage.

Im Laufe der abendländischen Musikgeschichte sind sehr unterschiedliche Intonationssysteme verwendet worden. Die Ursache dafür ist die Inkompatibilität der reinen, schwebungsfreien Intervalle der Obertonreihe. So erreicht man nicht dieselbe Tonstufe, wenn man eine entsprechende Anzahl elementarer Intervallverhältnisse wie reine Oktaven, Quinten oder Terzen addiert, sondern erhält stets unterschiedliche Ergebnisse.

12 Quinten  $\neq$  7 Oktaven  
1 große Terz und 2 Oktaven  $\neq$  4 Quinten  
3 große Terzen  $\neq$  1 Oktave

Diese Differenzen wurden bereits in der Antike berechnet. Die Schwingungsverhältnisse eines Intervalls lassen sich leicht an den unterschiedlichen Längen einer Saite darstellen: Um ein Intervall zu erhalten, das 1 Oktave höher ist als der Grundton, muss die Saite halb so lang sein, die Proportion ist 2/1.<sup>1</sup> Die Proportion der reinen Quinte ist 3/2, der Quarte 4/3, der großen Terz 5/4, der kleinen Terz 6/5. Die Theoretiker haben von der Antike bis in die Barockzeit hinein Intervalle und ihre Beziehungen auf diese Weise mittels der Verwendung eines Monochords dargestellt, gemessen und berechnet.<sup>2</sup>

Inkompatibilität von Oktaven und Quinten:

12 Quinten - 7 Oktaven = pythagoreisches Komma  
 $(3/2)^{12} : (2/1)^7 = 531441/524288$

Inkompatibilität von Quinten und reinen großen Terzen:

4 Quinten - (1 große Terz + 2 Oktaven) = syntonisches Komma  
 $(3/2)^4 : (5/4 \cdot (2/1)^2) = 81/80$

oder:

Quinte - Quarte = pythagoreischer Ganzton  
 $3/2 : 4/3 = 9/8$

Ganzton + Ganzton = pythagoreischer Ditonus  
 $9/8 \cdot 9/8 = 81/64$

Ditonus - reine große Terz = syntonisches Komma  
 $81/64 : 5/4 = 81/80$

Inkompatibilität von Oktaven und reinen großen Terzen:

Oktave - 3 große Terzen = kleine Diesis  
 $2/1 : (5/4)^3 = 128/125$

Bei einer flexiblen Intonation können diese Differenzen während der Ausführung ausgeglichen werden. Will man aber die Tonstufen festlegen, beispielsweise bei der Stimmung eines Tasteninstruments, so ist es nicht möglich, alle Konsonanzen rein zu intonieren. Man muss sich für einen Kompromiss in der Intonation, ein Stimmungssystem entscheiden. Dabei ist zu beobachten, dass die Oktaven in der Regel rein belassen werden, so dass es letztendlich um die Temperierung der Terzen und Quinten geht, was die Komplementärintervalle, die Quartan und Sexten impliziert.

1619 schreibt Michael Praetorius, „wie man ein Regal, Clavicymbel, Symphonien und dergleichen Instrument vor sich selbst accomodiren und rein stimmen könne.“<sup>3</sup> Zunächst beschreibt er in allgemeinen Regeln sein System:

<sup>1</sup> Die Proportionen werden hier mit / dargestellt, um Verwirrungen zwischen : als Proportionszeichen und : als Rechenschritt zu vermeiden.

<sup>2</sup> Erläuterungen zu den folgenden Rechenschritten s. S. 3 f.

„1. Daß man einen gewissen Clavem vor sich neme, von welchem man zu stimmen anhebe, und nach welchem die andern, doch allwege je einer nach dem andern einzuziehen.  
 2. Das alle Oktaven und Tertiae perfectae seu majores gar rein gestimmt werden, so wol der niedrigste Clavis nach dem höchstem, als der höchste nach dem niedrigsten.  
 3. Dass alle Quinten nicht gerade und rein, sondern gegen einander (doch uff gewisse maß) niedrig schwebend gelassen werden (zuerstehen, der höchste Clavis muß gegen dem niedrigen etwas nachgelassen, oder herunterwärts stehen: so man aber die Quinten von untenwärts, oder den untersten Clavem gegen dem obern stimmen wil, muß derselbe zu hoch stehen und schweben, und also etwas mehr, denn gar rein stehen.  
 Wenn nun diese dreyerley recht in acht genommen werden, so kan man im stimmen nicht leichtlich irren.“<sup>4</sup>

Diese drei Regeln fassen das Prinzip seiner Stimmung zusammen: von einem Ausgangston beginnend sollen die Oktaven und großen Terzen rein, die Quinten hingegen zu eng gestimmt werden, so dass sie schweben. Der „Kompromiss“ zwischen Quinten und Terzen geht hier also ausschließlich zu Lasten der Quinten.

Nach weiteren allgemeinen Ausführungen gibt er an, wie man vorgehen soll:<sup>5</sup>

Diese Claves vff dieser Seiten werden reine/ vnd müssen die vff der andern Seiten gegen vber/ allezeit nach diesen gestimmet/ vnd eingezogen werden.	1 f	Chormessiger oder rechter Thon/ nach dem sich das Instrument le-
	2 f c	den wil/ darein wird f rein eingezogen.
	3 f a	Proba.
	4 c c	Wenn die vorhergehende Concordanten vnd Quinten,
	5 c g	nach vorschriebener Art recht eingezogen seyn/ so müssen die-
	6 c e	se fünf Proben auch recht seyn. Als wo in der 1. Proba die
	7 g d	Quinta, d gegen dem gestimpten a nicht recht schwebet/ oder
	8 g h	etwas falsch stehet/ So muß den vorigen Concordanten al-
	9 d d	len (weil sie entweder in den Quinten zu rein oder zu falsch
	10 d f	d a Prob. 1 gemacht seyn) nachgeholfen werden/ biß das d vnd a auch
	11 a e	seiner rechte schwebung erlangt. Wann dan diese Proba also
	c e	justificiret ist/ So ist kühnlich mit den folgenden fort zusah-
	12 a c	ren/ vnd sich druff zuvorlassen.
	13 c g	Allhier aber/ wenn man zum 15. mal stimmen wil/ ist
	14 g b	in acht zu nehmen/ daß alsdenn die Quinten vom vntern
	15 f b	Prob. 3 Clave gegen dem obersten/ vff andere weise rückwärts einge-
	16 b d	zogen werden. Als wenn der vnterste Clavis erstlich gar
17 d g	Prob. 4 reine in die Quinten eintritt/ so muß er ferner hochschwebend	
	gebracht oder gestimmet werden: Inmassen davon in voriger	
	Prob. 5 Tabell bericht geschehen.	

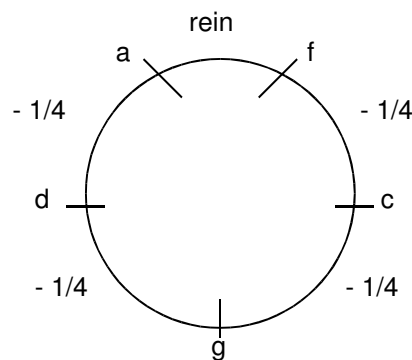
Das Prinzip seiner Stimmung wird bereits in den Schritten 1 – 5, 7 und 9 erkennbar. Von dem Ausgangston f (Schritt 1) stimmt er eine reine Terz (Schritt 3: f – a) und drei temperierte Quinten aufwärts: f – c – g – d (Schritt 2, 5, 7). Durch eingeschobene Oktaven (Schritt 4 und 9) kann er die Intervalle innerhalb der kleinen Oktave vergleichen und so sicherstellen, dass die Quinten gleichmäßig reduziert wurden (Probe 1).

<sup>3</sup> Michael Praetorius, Syntagma musicum Bd. 2, De Organographia, Wolfenbüttel 1619, Nachdruck Kassel 1958, S. 150

<sup>4</sup> ebda., S. 150 f.

<sup>5</sup> ebda., S. 153

Das syntonische Komma wird hier vollständig und gleichmäßig über die Quinten verteilt, so dass die große Terz rein bleiben kann. Die vier Quinten der Kette  $f - c - g - d - a$ , deren Ecktöne die Terz  $f - a$  bilden, werden also jeweils um  $1/4$  des syntonischen Kommas reduziert.



Über die gewonnenen Tonstufen können nun weitere reine Terzen und temperierte Quinten gestimmt werden. Das komplette Stimmschema kann folgendermaßen dargestellt werden:<sup>6</sup>



Alle Oktaven und Terzen werden in der angegebenen Reihenfolge rein gestimmt, die Quinten, wie oben beschrieben, um  $1/4$  Komma zu klein.

Praetorius beschreibt hier eine Stimmung, die aufgrund ihrer einfachen Ausführbarkeit im 16. und 17. Jahrhundert offensichtlich weit verbreitet war. Sein Einfluss reicht bis in das 18. Jahrhundert, für einige Autoren gilt diese Stimmung, obwohl sie nur von ihm beschrieben, nicht aber erfunden wurde, als „Praetorianisch“.<sup>7</sup> Von vielen wird sie nach wie vor als Standardstimmung für die Literatur der Spätrenaissance und des Frühbarock angesehen.

Dabei spiegeln die Traktate der Zeit keineswegs einen einheitlichen Usus, vielmehr wurde das Thema sehr vielfältig erörtert. Einige Autoren geben wie Praetorius rein praktische Anweisungen, andere versuchen die Systeme zu berechnen und in exakten Zahlen darzustellen.

Frequenzen verhalten sich exponential zueinander. Will man die Summe von zwei Intervallen bestimmen, kann man ihre Proportionen daher nicht einfach addieren, sondern muss sie multiplizieren. Am einfachsten lässt sich das am Beispiel der Oktave darstellen. Hat  $a$  220 Schwingungen pro Sekunde, also 220 Hertz, so hat das Intervall mit dem Schwingungsverhältnis  $2/1$ , die Oberoktave  $a'$ ,  $220 \text{ Hz} \cdot 2 = 440 \text{ Hz}$ . Dementsprechend hat die Doppeloktave  $a''$  (Schwingungsverhältnis  $4/1$ )  $220 \text{ Hz} \cdot 4 = 880 \text{ Hz}$  (und nicht  $220 + 220 + 220 = 660 \text{ Hz}$ ). Will man Intervalle voneinander subtrahieren, so muss man ihre Proportionen dividieren. Desgleichen müssen sie potenziert werden, um sie zu multiplizieren. Der Bruchteil eines Intervalls ist die entsprechende Wurzel.

Bei den elementaren Verhältnissen von Oktaven, Quinten und Quarten sind diese Rechnungen, wie auf Seite 1 dargestellt, verhältnismäßig übersichtlich. Aber schon bei der Berechnung der Kommata ergaben sich für die Autoren, die auf der Grundlage der antiken Mathematik nur mit ganzen, rationalen Zahlen arbeiteten, Schwierigkeiten. Die mathematische Darstellung der Vierteilung des syntonischen

<sup>6</sup> nach Franz Josef Ratte, Die Temperatur der Clavierinstrumente, Kassel 1991, S. 287

<sup>7</sup> s. Mark Lindley, Stimmung und Temperatur, in Geschichte der Musiktheorie, Bd. 6, Darmstadt 1987, S. 193

Kommas, wie sie in der Stimmanweisung von Praetorius verlangt wird, bereitete größte Anstrengungen.

Seit der Erfindung des Logarithmus im 17. Jahrhundert<sup>8</sup> sind diese Berechnungen ohne weiteres möglich. So entdeckte man, dass exponentiale Rechnungen wesentlich vereinfacht werden können, wenn man die Werte zu Potenzen einer gemeinsamen Basis umwandelt. Auf diese Weise kann man kurvenförmig ansteigende Werte linear darstellen und berechnen.<sup>9</sup>

Bei Frequenzberechnungen ist die Basis in der Regel 10. Die Lösung der Gleichung  $10^x = a$  bezeichnet man als Logarithmus von a zur Basis 10.

$$\text{Formel: } a = 10^x \\ \lg a = x$$

$$\text{Beispiel: } 100 = 10^2 \\ \lg 100 = 2$$

Mithilfe der umgewandelten, logarithmischen Werte wird die Rechenstufe um einen Schritt herabgesetzt, die Rechenschritte lassen sich wie folgt ausführen:

Multiplizieren von Frequenzverhältnissen = Addieren ihres logarithmischen Wertes  
Dividieren von Frequenzverhältnissen = Subtrahieren ihres logarithmischen Wertes  
Potenzieren von Frequenzverhältnissen = Multiplizieren ihres logarithmischen Wertes  
Wurzelziehen von Frequenzverhältnissen = Dividieren ihres logarithmischen Wertes

Wandelt man also Frequenzverhältnisse in Logarithmen um, kann man sie addieren, subtrahieren, dividieren und multiplizieren, als wenn es Tonhöhenquantitäten wären. Umgekehrt kann man das gefundene Ergebnis wieder in Frequenzverhältnisse (oder Monochordstrecken) zurückverwandeln.

Beispiel:

Zwei Töne im Abstand einer Oktave haben das Frequenzverhältnis 2/1, also 2.

Der Abstand auf der logarithmischen Skala beträgt  $\lg 2 = 0,30103$

Zwei Töne im Abstand einer Quinte haben das Frequenzverhältnis 3/2, also 1,5.

Der Abstand auf der logarithmischen Skala beträgt  $\lg 1,5 = 0,17609$

Oktave – Quinte:

$$\lg 2 - \lg 1,5 = 0,124939 \\ 10^{0,124939} = 1,3 = 4/3 = \text{Quarte}$$

Die moderne Maßeinheit auf der logarithmischen Intervallskala ist Cent, wobei 1 Cent der tausendzweihundertste Teil einer Oktave ist.

$$\lg \text{Oktave} : 1200 = 1 \text{ Cent}$$

$$\lg 2 \cdot \frac{1}{1200} = 0,00025086$$

Zwei Töne bilden so das Intervall 1 Cent, wenn ihr Abstand auf der logarithmischen Skala den Wert 0,00025086 besitzt.

Um ein beliebiges Frequenzverhältnis (R) in Cent umzurechnen wird der logarithmische Wert von R durch den der Oktave geteilt und mit 1200 multipliziert.

$$\frac{\lg R}{\lg 2} \cdot 1200 = x \text{ Cent}$$

<sup>8</sup> Lord John Napier of Merchiston (1550-1617) entdeckte die Logarithmische Funktion und veröffentlichte 1614 seine Logarithmen unter dem Titel "Mirifici Logarithmorum canonicis descriptio". Er begann unter Anregung von Henry Briggs, Tafeln für die 14-stelligen Logarithmen der Zahlen 1 bis 20000 und 90000 bis 100000 zur Basis 10 zusammenzustellen, die Briggs nach seinem Tod fertigstellte und 1624 unter dem Namen "Arithmetica Logarithmica" publizierte. Vgl. [www.fonline.de/rs-eps/algebra/alg21.htm](http://www.fonline.de/rs-eps/algebra/alg21.htm)

<sup>9</sup> Vgl. Reinhart Frosch, Mitteltonig ist schöner!, Studien über Stimmungen von Musikinstrumenten, Bern 1993, 2. überarb. Aufl. 1996, S. 27 ff.

Beispiel reine Quinte:

$$\frac{\lg(3:2) \cdot 1200}{\lg 2} = 701,96 \text{ Cent}$$

Das pythagoreische Komma beträgt 23,46001038465 Cent, das syntonische 21,50628959671 Cent.<sup>10</sup>

Mithilfe dieser Einheit kann man beliebige Intervallgrößen auf der logarithmischen Skala vergleichen. Bei der gleichstufig schwebenden Stimmung, die heute in der Regel als Klavierstimmung verwendet wird, verteilt man das pythagoreische Komma gleichmäßig über die zwölf Quinten, alle Quinten werden um 1/12 des pythagoreischen Kommas reduziert. Auf diese Weise werden alle anderen Intervalltypen ebenfalls gleichmäßig reduziert. So erhält man in der Oktave zwölf Halbtöne, die jeweils genau 1/12 der Oktave, also 100 Cent betragen und auf der üblichen 100-Cent-Skala eines Stimmgerätes mit 0 Cent Abweichung angezeigt werden. Alle anderen Stimmungen lassen sich als Abweichung von diesem System übersichtlich darstellen und auf der Skala eines Stimmgerätes ablesen.

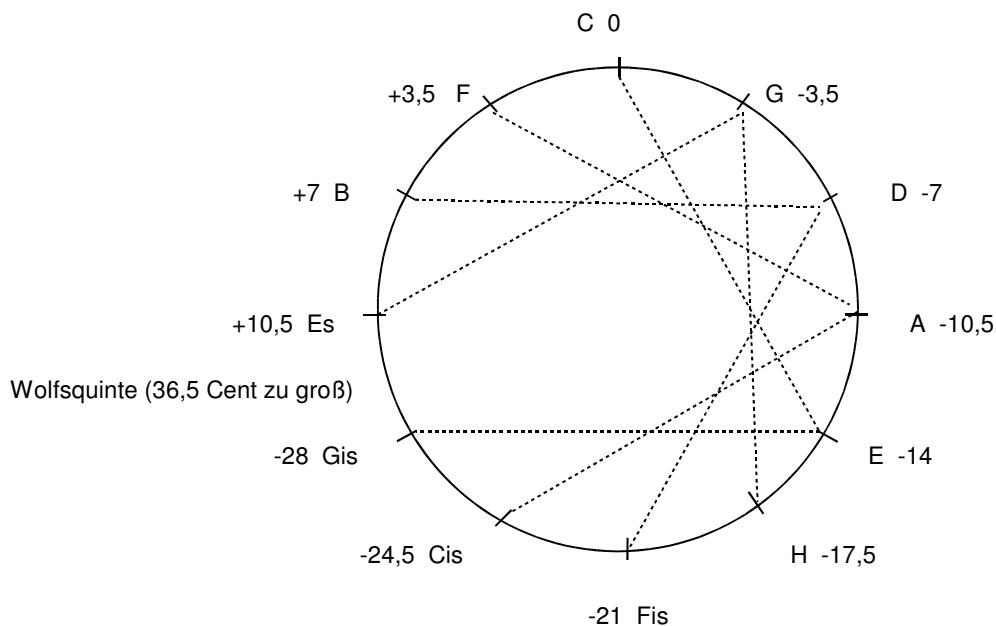
Gerundete Abweichungen der reinen Intervalle zu gleichstufig schwebenden Intervallen:

Quinte: + 2 Cent

große Terz: - 14 Cent

kleine Terz: + 16 Cent

Die von Praetorius beschriebene Stimmung verlangt acht reine große Terzen und elf Quinten, die jeweils um 1/4 des syntonischen Kommas, also 5,5 Cent reduziert sind. Sie sind also nicht wie die reinen Quinten 2 Cent größer als gleichstufig schwebende, sondern 3,5 Cent kleiner. Die Stimmung lässt sich nun in Abweichungen zum gleichstufig schwebenden System folgendermaßen darstellen:<sup>11</sup>



Die reinen großen Terzen (hier durch gestrichelte Linien angedeutet) in den Dreiklängen C-Dur, G-Dur, D-Dur, A-Dur, E-Dur, F-Dur, B-Dur und Es-Dur mildern die Schwebungen der Quinten deutlich ab, so dass die Klänge, die in dieser Zeit vorwiegend verwendet wurden, wesentlich besser klingen als in der modernen gleichstufig schwebenden oder in der mittelalterlichen pythagoreischen Stimmung. Etwas problematisch wurden die Töne es und gis empfunden, da sie nicht als dis bzw. as verwendet werden konnten.

Bei den antiken Autoren basiert der Ganzton 9/8 auf reinen Quinten, er ist die Differenz zwischen reiner Quinte und Quarte. Dieser Ganzton ist jedoch größer als die Hälfte einer reinen großen Terz.

<sup>10</sup> Das pythagoreische Komma wird im folgenden zugunsten der größeren Praktikabilität zu 24 Cent, das syntonische zu 22 Cent gerundet, so dass mit übersichtlicheren Werten gearbeitet werden kann. Die daraus erwachsenden Ungenauigkeiten sind in der praktischen Anwendung so gering, dass sie vernachlässigt werden können. Die Tabellen im Anhang geben die Werte auf drei Stellen nach dem Komma gerundet an.

<sup>11</sup> Um die Stimmung besser mit anderen vergleichen zu können, wird c als Ausgangspunkt mit 0 Cent Abweichung definiert.

reine große Terz - pyth. großer Ganzton = kleiner Ganzton  
5/4 : 9/8 = 10/9

Die Differenz zwischen dem pythagoreischen und dem kleinen Ganzton beträgt ein syntonisches Komma.

pyth. Ganzton – kleiner Ganzton = syntonisches Komma  
9/8 : 10/9 = 81/80

Bei der Stimmung von Praetorius hingegen setzt sich der Ganzton aus zwei um 1/4 des syntonischen Kommas reduzierten Quinten zusammen (z. B. c-g-d). Er ist also 1/2 syntonisches Komma kleiner als der pythagoreische Ganzton und bildet so genau die Mitte der reinen Terz, woraus die Bezeichnung „mitteltönig“ resultiert.

In den mitteltönigen Stimmungen konnten die Quinten aber auch um andere Bruchteile des syntonischen Kommas reduziert werden. Neben der 1/4-Komma-Stimmung wurden Reduktionen um 1/3, 1/5, 1/6, 2/7 des Kommas offenbar ebenso angewendet. Den unterschiedlichen mitteltönigen Systemen ist jedoch gemeinsam, dass jeweils nur eine Größe von Quinten verwendet wird. Diese sind um weniger als die Hälfte des syntonischen Kommas, gleichzeitig aber stärker als 1/12 des pythagoreischen Kommas reduziert, wodurch in jeder Stimmung eine Wolfsquinte entsteht. In allen Systemen ist der Ganzton exakt die Hälfte der großen Terz. Die Halbtöne hingegen sind unterschiedlich groß, wobei der diatonische Halbton (z. B. h-c) stets größer ist als der chromatische (z. B. b-h). Werden die Quinten um mehr als 1/4 des syntonischen Kommas reduziert, sind auch die großen Terzen unterschwebend (zugunsten der kleinen Terzen), werden sie weniger verkleinert, bleiben die Terzen etwas zu groß. Je reiner die großen Terzen sind, desto besser ist der harmonische Eindruck der Stimmung. Auf der anderen Seite verlieren die melodischen Linien bei zunehmender Reduktion der Quinten an Spannung, da die Leitöne extrem tief liegen.<sup>12</sup>

Im Mittelalter basierte die sogenannte pythagoreische Stimmung auf reinen Oktaven und reinen Quinten. Die mittelalterlichen Autoren hatten auf den Grundlagen von Pythagoras' Schule definiert, dass Konsonanzen Schwingungsverhältnisse aufweisen müssen, deren Proportionen mit ganzen Zahlen von 1 – 4 ausgedrückt werden können. Das ist aber nur bei Oktaven (2/1), Quinten (3/2), Quartan (4/3), Duodezimen (3/1) und Doppeloktaven (4/1) möglich, reine Terzen mit den Proportionen 5/4 und 6/5 waren nicht vorgesehen. Die große „Terz“ der Pythagoreer, der Ditonus mit der Proportion 81/64, setzte sich aus zwei pythagoreischen Ganztönen mit der Proportion 9/8 zusammen. Da der Ditonus um ein syntonisches Komma größer ist als die reine große Terz, ist er harmonisch nicht als Konsonanz zu gebrauchen.<sup>13</sup>

Die Ablösung von diesem System erforderte nicht nur die Entwicklung neuer mathematischer Methoden, sondern auch die Emanzipation von den antiken Autoritäten. Daher ist es nicht verwunderlich, dass die theoretische Beschreibung der Stimmungssysteme der offenbar veränderten Praxis, die mit Aufkommen der franko-flämischen Schule zu Beginn des 15. Jahrhunderts sehr wohl konsonante Terzen verlangte, um etwa hundert Jahre hinterherhinkte.

Nachdem im 15. Jahrhundert bereits Modifikationsversuche des pythagoreischen Systems zu beobachten sind,<sup>14</sup> stammt die erste Monochordteilung, die reine große Terzen vorsieht, von Ramos de Pareia.<sup>15</sup> In seinem Traktat beschreibt er, wie Sänger eine Monochordteilung vornehmen können,

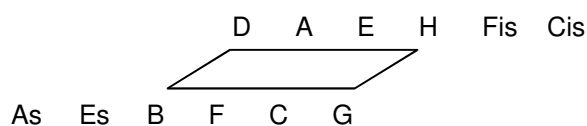
<sup>12</sup> Ich folge hier in der Verwendung des Begriffs „mitteltönig“ der Mehrheit der Autoren der frühen Neuzeit. Davon abweichend bezeichnen einige Autoren als „mitteltönig“ oder „mean tone“ nur die Reduktion der Quinten um 1/4 des syntonischen Kommas, so zum ersten Mal bei R. Smith (R. Smith, *Harmonics, or, the philosophy of musical sounds*, Cambridge 1749, Nachdr. New York 1966, S. 48). Andere erweitern den Begriff und schließen alle Systeme ein, in denen der Ganzton die Mitte der Terz bildet, bezeichnen also auch die gleichstufig schwebende Stimmung als „mitteltönig“ (so E. Bottrigari, *Il Desiderio de' Concerti di varii Strumenti Musicali*, Venedig 1594 (Bologna 1599, Mailand 1601), Nachdr. der Ausg. von 1599 Berlin 1924, S. 8).

<sup>13</sup> Eine detaillierte Darstellung des pythagoreischen Systems findet sich bei Silke Jacobsen, *Das Pythagoreische Stimmungssystem und seine Anwendung im Ensemblespiel*, in *Tibia*, Celle 2001, S. 529 ff.

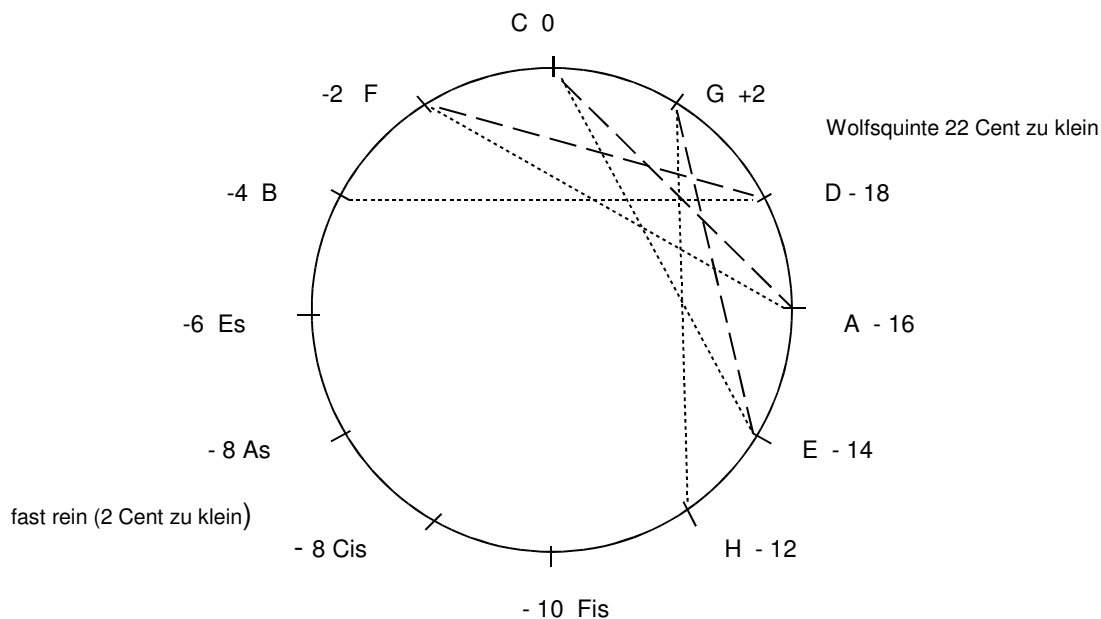
<sup>14</sup> s. Jacobsen, 2001

<sup>15</sup> Bartolomeo Ramos de Pareia, *De musica tractatus*, Bologna 1482, neu hrg. von Johannes Wolf als *Musica practica Bartolomei Rami de Pareia*, Publikationen der Internationalen Musikgesellschaft, Beihefte 2, Leipzig 1901

um ein Intonationsmodell für den gregorianischen Gesang zu erhalten. Der Kern seiner Stimmung besteht aus zwei Quintenketten, b-f-c-g und d-a-e-h, welche im Abstand einer reinen Terz gestimmt werden. Zur Chromatisierung werden anschließend jeweils 2 reine Quinten hinzugefügt:



Im Quintenzirkel mit den Abweichungen zum gleichstufig schwebenden System läßt sich sein Modell folgendermaßen darstellen:



Dieses System bietet neben zehn reinen und einer fast reinen Quinte vier reine große Terzen (b-d, f-a, c-e, g-h) und drei reine kleine Terzen (e-g, a-c, d-f), wodurch die Dreiklänge B-Dur, F-Dur und C-Dur vollständig rein sind. Später widerspricht er sich jedoch, indem er die Quinte cis-as als Wolfsquinte beschreibt. Leider erscheint sein angekündigtes Buch mit den theoretischen Erläuterungen nie.<sup>16</sup>

Seine Vorschläge sind von Giovanni Spataro, einem seiner Schüler, und Franchino Gaffurio, der 1489 von Spataro eine Kopie von Ramos' Schrift erhalten hatte, diskutiert worden. Spataro hatte sein Exemplar mit kritischen Randbemerkungen von Gaffurio zurückerhalten, über die er sich offensichtlich so geärgert hat, dass er sich noch über dreißig Jahre später darüber bei Pietro Aron beklagt: „Ich habe es [das Manuskript, Anm. d. Übers.] nach Mailand an Franchino geschickt und er hat es mir komplett im Verhältnis 4 : 3 und von seiner Hand gegen den Autor gerichteten Randbemerkungen versehen geschickt, derart dass ... andere, die die Worte des Autors nicht verstehen, leicht das glauben könnten, was von Franchino geschrieben wurde; und wenn ich davon ein anderes [Manuskript] fände, würde ich es kaufen und, damit diese Randbemerkungen nicht gesehen würden, würde ich das, was ich habe, ins Feuer werfen.“<sup>17</sup> Gaffurio beschreibt zwar 1496, dass Quinten in der Praxis temperiert wurden: „Die Quinte selbst verträgt (wie Organisten behaupten) ohne weiteres eine Verminderung um eine sehr kleine, kaum merkbare Quantität, die sie participata nennen.“<sup>18</sup> Gleichzeitig hält er aber am

<sup>16</sup> Vgl. Lindley, 1987, S. 130 f.

<sup>17</sup> Brief vom 27. 11. 1531, Rom, Vaticana, Ms. 5318: „Io la mandai a Milano a Franchino et lui dopo me la mando tuta sesquitermata et de sua mano appostilata contro lo auctore, in modo che ... altri, che non intendono li termini de lo auctore, facilmente potriano credere a quello che fu scripto da Franchino; et se io ne trovasse un altra, io la compraria et, perche tale appostille non fussino vedute, io geteria questa che tengo nel foco.“

<sup>18</sup> Franchino Gaffurio, *Practica musice*, Mailand 1496 (1497, 1502, 1508, 1512), Nachdr. Bologna 1972, Buch 3, Kap. 3, Regel 2: „quinta ipsa (quod organistae asserunt) minimae ac latentis incertaeque quodammodo quantitatis diminutionem patienter sustinet quae quidem ab ipsis participata

pythagoreischen Kanon fest und kritisiert weiter Ramos' System. Zur Verteidigung der alten Auffassung behauptet er, dass die Differenzen so gering seien, dass sie nicht wahrnehmbar wären.<sup>19</sup> Seine Monochord-Teilungen sehen auch nach 1500 keine temperierten Quinten vor.<sup>20</sup>

Spataro veröffentlicht 1521 eine Schrift gegen Gaffurio, in der er ihm entgegnet: „Je mehr du meinen Lehrer Bartolomeo Ramos tadeln möchtest, desto mehr ... verrätst du Unverstand ... und Halsstarrigkeit ... Die Proportion 81/80, welche die Differenz zwischen den pythagoreischen Intervallen und den von praktischen Musikern benutzten Intervallen ist, ist hörbar und nicht etwa unhörbar, wie du ... behauptet hast. Denn wenn es unhörbar wäre, müsste man das harte pythagoreische Monochord nicht für den Gehörsinn zur Annehmlichkeit bringen.“<sup>21</sup>

Diese Kontroverse belegt eindeutig, dass die Quinten beim Orgelstimmen reduziert wurden, um Terzen als Konsonanzen verwenden zu können, lange bevor die Theoretiker das Phänomen genau analysiert und sanktioniert hatten.

Bis zum 16. Jahrhundert wurden Intonationsfragen stets theoretisch erörtert. Bei den Darstellungen der Systeme wurde mit dem Monochord und seinen Teilungsproportionen gearbeitet, die praktischen Probleme der ausführenden Musiker interessierten die diskutierenden Gelehrten der Antike und des Mittelalters kaum. Gleichzeitig hielten es Musiker nicht für notwendig, ihr tägliches Handwerk schriftlich zu dokumentieren. Daher stammt die erste ausführliche Anleitung, ein Tasteninstrument zu stimmen, erst aus dem Jahr 1511. Arnolt Schlick beschreibt im 8. Kapitel seines Buches „Spiegel der Orgelmacher“, „wie und zu welcher zeytt man das werck stymmen soll“.<sup>22</sup>

Da seine Darstellung als praktische Anleitung und nicht als theoretische Abhandlung gedacht ist, beschreibt er zwar sehr ausführlich die einzelnen Schritte, gibt aber keine genauen Werte an. Daher lässt sich seine Stimmung auch nur im Prinzip nachvollziehen, die Rekonstruktion der Tonstufen ist nur annäherungsweise möglich.

Nach Schlick werden alle Quinten reduziert, „so vil das Gehör leyden mag“,<sup>23</sup> so dass eine Wolfsquinte cis-as entsteht. Diese Wolfsquinte ist so verstimmt, dass sie als Intervall nicht benutzt wird: „das ist nitt zu achten, dan es nit gebrücht wird“.<sup>24</sup> Gleichzeitig werden aber auch die großen Terzen temperiert: „wiewoll die tertzen perfectum nitt gut, sonder all zu hoch werden.“<sup>25</sup> Diese Terzen aber sollen nicht gleichmäßig temperiert werden. Vielmehr werden die besonders häufig verwendeten Terzen c-e, f-a, g-h bevorzugt und etwas reiner gestimmt als die anderen: „ist doch not und acht zü haben die drey tertzen. cfaut, elami, ffaut, alamire, gsolreut und bdür. besser zü machen. so vil sie yr quinten halb under sich leyden wollen dann die andern. Ursach sie werden gar offt und meer gebrücht dann die andern.“<sup>26</sup> Außerdem rät er, den als as gestimmten Ton im Nachhinein etwas zu erniedrigen, damit er wenigstens in kolorierten Passagen auch als gis verwendet werden kann.

Auch wenn Schlicks Beschreibung im Detail einige Widersprüche enthält,<sup>27</sup> so wird doch deutlich, dass er weder eine pythagoreische Stimmung mit reinen Quinten noch eine strenge mitteltönige Stimmung, bei der alle Quinten um den selben Betrag reduziert werden, meint. Vielmehr empfiehlt er, dass man die Terzen und Quinten um so viel temperieren soll, dass annehmbare Dreiklänge entstehen, wobei die Güte der Klänge in Relation zur Häufigkeit ihrer Verwendung in den Kompositionen steht. Offenbar

---

vocatur.“

<sup>19</sup> Franchino Gaffurio, *De harmonia musicorum instrumentorum opus*, Mailand 1518, Nachdr. Bologna 1972, fol. 62v: „Nos vero & si sensus minimas differentias non percipit“

<sup>20</sup> Vgl. Lindley, 1987, S. 131 ff.

<sup>21</sup> Giovanni Spataro, *Errori di Franchino Gaffurio*, Bologna 1521, fol. 21v-22: „Quanto piu tu cerchi reprehendere Bartolomeo Ramis mio prectore, tanto piu ... fai manifesta la tua ignorantia ... et obstinatione ... La proportione cadente tra .81. et .80. laquale e la differentia cadente tra li pythagorici intervalli: & li intervalli da li modulanti usitati e sensibile: & non insensibile come nel predicto tuo capitulo hai concluso. Perche non essendo sensibili: el duro monochordo pythagrico non sera ridotto in molle al senso de lo auditio.“

<sup>22</sup> Arnolt Schlick, *Spiegel der Orgelmacher und Organisten*, Speyer 1511, neu hrg. in Monatshefte für Musikgeschichte I, 1869, S. 77-114, Nachdr. von P. Smets, Mainz 1937, 1958, hochdeutsche Fassungen von E. Flade, Mainz 1931 und Kassel 1951, von Smets in dem Nachdr. von 1958

<sup>23</sup> ebda., Monatshefte, S. 102

<sup>24</sup> ebda., Monatshefte, S. 104

<sup>25</sup> ebda., Monatshefte, S. 102

<sup>26</sup> ebda., Monatshefte, S. 102

<sup>27</sup> s. Heinrich Husmann, *Zur Charakteristik der Schlickschen Temperatur*, Archiv für Musikwissenschaft, Bd. 10, 1967, S. 253-265



beschreibt er eine unregelmäßige Stimmung, die dem ad hoc Temperieren der damaligen Musiker entsprach und die klanglich den später dargestellten strengen mitteltönigen Systemen eng verwandt ist.

Aus dem ersten Drittel des 16. Jahrhunderts sind zwei weitere Stimmanweisungen überliefert, die Schriften von Pietro Aron<sup>28</sup> und Giovanni Maria Lanfranco.<sup>29</sup> Auch sie beschreiben nur die Vorgehensweise und geben keine exakten Werte an. Im Unterschied zu Schlick verlangen sie die gleichmäßige Temperierung der Quinten, wobei die großen Terzen etwas zu groß bleiben sollen. Der Grad der Temperierung ist nicht eindeutig zu bestimmen, aber da beide Stimmungen auch eine Wolfsquinte enthalten, muss es sich um regelmäßige mitteltönige Temperaturen handeln.<sup>30</sup>

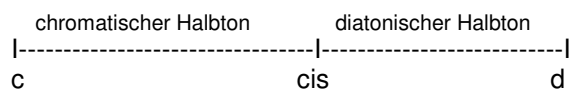
Trotzdem bleiben Aron und Lanfranco in ihren theoretischen Schriften der pythagoreischen Lehre treu. Bei den pythagoreischen Monochordteilungen erhielt man durch die Verwendung von reinen Quinten einen kleinen diatonischen Halbton. Der kleine diatonische Halbton (Limma) liegt im oberen Teil des Ganztons, der große chromatische Halbton (Apotome) im unteren. Der kleine Halbton ist um ein pythagoreisches Komma kleiner als der große.

pythagoreisch:

Quarte - pyth. Ditonus = Limma (semitonus minus, kleiner diatonischer Halbton)  
 $\frac{4}{3} : \frac{81}{64} = \frac{256}{243} = 90 \text{ Cent}$

pyth. Ganzton - Limma = Apotome (semitonus maius, großer chromatischer Halbton)  
 $\frac{9}{8} : \frac{256}{243} = \frac{2187}{2048} = 114 \text{ Cent}^{31}$

Apotome - Limma = pyth. Komma  
 $114 \text{ Cent} - 90 \text{ Cent} = 24 \text{ Cent}$



Im Gegensatz dazu sind die Größenverhältnisse der Halbtöne in den mitteltönigen Stimmungen umgekehrt, der diatonische Halbton ist größer als der chromatische. In der Teilung des Ganztons folgt dem kleinen chromatischen der große diatonische Halbton.

1/4-Komma mitteltönig:

Quarte + 1/4 synt. Komma - reine gr. Terz = großer diatonischer Halbton

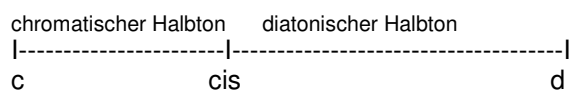
$\frac{4}{3} \cdot \sqrt[4]{\frac{81}{80}} : \frac{5}{4} = 117,11 \text{ Cent}$

reine große Terz : 2 = mitteltöniger Ganzton

$\sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = 193,16 \text{ Cent}$

mitteltöniger Ganzton - diatonischer Halbton = kleiner chromatischer Halbton

$193,16 \text{ Cent} - 117,11 \text{ Cent} = 76,05 \text{ Cent}$



Gemäß der pythagoreischen Lehre behauptet Aron noch 1545, dass der Abstand von c zu cis größer sei als der von cis zu d: „Wenn man das gründlich untersucht hat, wird man finden, dass zwischen dem tiefen C und der nächsten Halbton Taste ein größerer Teil ist als zwischen dieser Halbton Taste und der nächsten weißen ... und diese größere Quantität ergibt sich aus nichts anderem als aus der Größe

<sup>28</sup> Pietro Aron, Thoscanello de la musica, Venedig 1523 (Toscanello in musica: 1529, 1539, 1557, 1562), Nachdr. der Ausg. von 1539, Kassel 1970

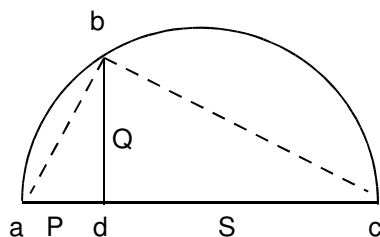
<sup>29</sup> Giovanni Maria Lanfranco, Scintille di musica, Brescia 1533, Nachdr. Bologna 1970

<sup>30</sup> Vgl. Mark Lindley, Early 16<sup>th</sup>-Century Keyboard Temperaments, in Musica Disciplina, Bd. 28, 1974, S. 129-151

<sup>31</sup> Zahlen ebenfalls gerundet, Limma ist 90,22499567306, Apotome 113,6850060577 Cent

dieses Kommas.<sup>32</sup> In seiner Stimmanweisung hatte er aber eindeutig eine tiefe, mitteltönige Platzierung des cis verlangt. Arons Fehler spiegelt anschaulich die Widersprüche dieser Umbruchzeit und das Unvermögen, die veränderte Praxis theoretisch zu erfassen, da man eben mit den antiken mathematischen Methoden weder die Temperierung der Quinten noch die Teilung der Terz 5/4 in zwei gleich große Teile darstellen konnte. Daher bleibt das Temperieren für ihn „ein Geheimmittel ... aus der tiefsten Kunst: wieweit davon Gebrauch zu machen sei, mögen die beurteilen, die in dieser Kunst erfahren sind.“<sup>33</sup>

1482 erschien eine lateinische Übersetzung der „Elemente“ des Euklid.<sup>34</sup> In diesem mathematischen Lehrbuch wird eine Methode beschrieben, wie man von zwei Tönen, also zwei gegebenen Saitenlängen P und S die musikalische Mitte finden kann. Die beiden Saiten werden zu einer Strecke zusammengesetzt. Über ihrem Mittelpunkt wird ein Halbkreis geschlagen. Die Lotrechte, die über ihrem Verbindungspunkt gezogen wird, bildet das geometrische Mittel Q zwischen den beiden Strecken, ein Ton mit dieser Saitenlänge ist also die musikalische Mitte zwischen den beiden Ausgangstönen.<sup>35</sup>



Diese verhältnismäßig einfache Methode bringt die Musiktheorie einen wichtigen Schritt voran. Ludovico Fogliano greift diese Art der Teilung 1529 als erster auf.<sup>36</sup> Um eine reine große Terz in zwei gleiche Abschnitte zu teilen, verwendet er Euklids Methode und halbiert das syntonische Komma, die Differenz zwischen dem pythagoreischen großen Ganzton und dem kleinen Ganzton, um auf diese Weise zwei gleich große Ganztöne zu erhalten.<sup>37</sup>

Dieses Vorgehen hat für die Stimmtheorie zunächst keine praktische Relevanz. Es ebnet aber den Weg für die Teilung von Intervallen beliebiger Größe in eine beliebige Anzahl von Abschnitten, was die Voraussetzung für die Darstellung und Erklärung der Verteilung von Komma-Bruchteilen auf die Quinten war.

Giuseffo Zarlino gelingt es als Erstem, die gleichmäßige Verteilung des Kommas auf die Intervalle einer mitteltönigen Temperierung zu beschreiben. So gibt er 1558 eine genaue Darstellung der Reduzierung der Quinten um 2/7 des syntonischen Kommas. „Man muss versuchen, dieses Komma auf andere Weise zu verteilen, so dass das Ohr nicht beleidigt wird, und zwar so, dass ... jede Quinte, jede Quarte, jede große Terz und jede kleine Terz – das sind die konsonanten Intervalle – gleichmäßig

<sup>32</sup> Pietro Aron, *Lucidario in musica di alcune oppenioni antiche, et moderne*, Venedig 1545, Nachdr. Bologna 1969, fol. 36v-37: „le quali essendo da te ben essaminate, trouerai dal C grave al seguente tasto negro essere maggiore parte che non è da esso tasto negro al seguente bianco ... Et non per altro nasce tal quantità maggiore, che per lo spatio di esso Coma.“

<sup>33</sup> Pietro Aron, *Libri tres de institutione harmonica*, Bologna 1516, Nachdr. Bologna 1970, fol. 43: „arcanum ... ex intima quidem arte depromptum: quod quanti faciendum sit / ipsi artis periti iudicent.“

<sup>34</sup> Euklid, *Elementa*, lateinisch als *Praeclarissimus liber elementorum Euclidis*, Venedig 1482, deutsche Übersetzung von Clemens Thaer, Leipzig 1933, Nachdr. der dt. Übersetzung Darmstadt 1980

<sup>35</sup> Das Dreieck abc muss wie adb und dbc rechtwinklig sein, da es in einen Halbkreis einbeschrieben ist. Da die Dreiecke adb und dbc außerdem jeweils einen spitzen Winkel mit dem Dreieck abc gemeinsam haben, sind alle Dreiecke kongruent. Da bei kongruenten Dreiecken verschiedener Größen die Seitenlängen immer die gleiche Proportion zueinander haben, gilt:  $P : Q = Q : S$ . Aus dieser Aufstellung kann man die moderne Formel für das geometrische Mittel ableiten:

$$P : Q = Q : S \quad | \cdot Q \quad | \cdot S$$

$$P \cdot S = Q^2$$

$$\sqrt{P \cdot S} = Q$$

<sup>36</sup> Ludovico Fogliano, *Musica theorica Ludovici Foliani Mutinensis*, Venedig 1529, Nachdr. Bologna 1970

<sup>37</sup> Vgl. Lindley, 1987, S. 140 ff.

vergrößert oder verkleinert wird.<sup>38</sup> 1571 folgt eine Beschreibung der Reduzierung um  $1/3$  und  $1/4$  des syntonischen Kommas.<sup>39</sup> Er verwendet für seine Monochordteilungen ein Mesolabium, mit dem sich unter der Konstruktion von diagonal gekreuzten Parallelogrammen theoretisch jede Anzahl geometrischer Mittelwerte von Saitenlängen eines Monochords finden ließ.<sup>40</sup>

Bei der Reduktion der Quinten um  $2/7$  des syntonischen Kommas sind auch die großen Terzen leicht unterschwebend, dafür klingen die kleinen Terzen etwas besser als in der  $1/4$ -Komma-Stimmung. Die Stimmung besitzt einen sehr ausgeglichenen Klang, ist aber am Instrument schwer einzurichten. Bei der Reduktion der Quinten um  $1/3$  des syntonischen Kommas erhält man reine kleine Terzen. Da aber die großen Terzen relativ stark unterschweben, wurde die Stimmung schon von Zarlino selber als nicht optimal empfunden: „sie ist nicht so wohlklingend wie die ersten beiden.“<sup>41</sup>

Zarlino's Theorien werden 1577 von Francisco de Salinas bestätigt und erweitert.<sup>42</sup> Salinas behauptet, dass er selber die  $1/3$ -Komma-Stimmung bereits in den dreißiger Jahren des 16. Jahrhunderts in Rom eingeführt habe, und beschreibt eine relativ unkomplizierte Methode, diese Stimmung mathematisch darzustellen. Trotzdem zieht er die  $1/4$ -Komma-Stimmung den anderen beiden vor, weil sie leichter zu stimmen ist.<sup>43</sup> Salinas kritisiert die Methode der Addition von Intervallen der Pythagoreer. Seine Argumentation, dass man durch die Verdoppelung von Konsonanzen nicht automatisch neue Konsonanzen erhalte, ist einleuchtend. So entstünde bei der Verdoppelung der Quinte die None, ein harmonisch dissonantes Intervall, was aber immerhin den Ganzton  $9/8$  impliziere. Durch die Verdoppelung dieses Ganztons könne man nun erst recht keine Konsonanz erzeugen, so dass die Konstruktion des pythagoreischen Ditonus von vornherein nicht zum Auffinden einer Terz geeignet sei.<sup>44</sup>

Mit diesen Berechnungen und Argumentationen wird es möglich, die pythagoreische Begrenzung auf die Zahlen von 1 – 4 zur Darstellung der Konsonanzen zu beenden. Zarlino erweitert sie auf 1 – 6 und erhebt so die große Terz ( $5/4$ ), die kleine Terz ( $6/5$ ) und die große Sexte ( $5/3$ ) endgültig in den Status der Konsonanz.<sup>45</sup> Die kleine Sexte ( $8/5$ ) lässt sich durch die Addition von Quarte und kleiner Terz darstellen. Die Überwindung des alten pythagoreischen Systems ebnet nun endlich den Weg, die inzwischen vertrauten Klänge der Terzen theoretisch voll zu erfassen.

Zarlino wie auch die anderen Theoretiker des 16. Jahrhunderts berechnen ausschließlich mitteltönige Systeme, in denen die großen Terzen rein oder leicht unterschwebend sind. Bis ins 17. Jahrhundert hinein sind keine mathematischen Modelle für mitteltönige Stimmungen entworfen worden, bei denen die Quinten nur um  $1/5$  oder  $1/6$  des syntonischen Kommas reduziert werden, wodurch die großen Terzen etwas zu groß bleiben. Dennoch sind offensichtlich auch solche Stimmungen häufig verwendet worden, wie die praktischen Stimmanweisungen unter anderem von Aron und Lanfranco belegen. Pedro Cerone, ein Autor, der 1613 Lanfrancos System kopiert, bezeichnet dieses sogar als die „Methode, die am meisten von Orgelbaumeistern benutzt wird“.<sup>46</sup>

Parallel ist aber auch die gleichstufig schwebende Stimmung diskutiert und berechnet worden, allerdings in der Regel aus klanglichen Gründen nicht für Tasteninstrumente, sondern nur für Bündinstrumente. So schreibt Nicola Vicentino 1555, dass man „seit der Erfindung der Violen und Lauten bis jetzt immer mit der Teilung in gleich große Halbtöne gespielt hat“.<sup>47</sup> Seiner Meinung nach bedingt diese Stimmung gleich zwei Nachteile: „... der eine [Irrtum] ist, dass die Konsonanzen der

<sup>38</sup> Gioseffo Zarlino, *Le istituzioni harmoniche*, Venedig 1558 (1561, 1562, 1572, 1573), Nachdr. der Ausg. von 1558 New York 1965, S. 128: „bisogna cercare di distribuire tal Coma per altra maniera, acciò l'Udito non sia offeso ... di maniera che ... ogni Diapente, ogni Diatessaron, ogni Ditoni, & ogni Semiditono, che sono intervalli consonanti, vengono ad essere accresciuti, o diminuti equalmente.“

<sup>39</sup> Gioseffo Zarlino, *Dimostrazioni harmoniche*, Venedig 1571 (1573), Nachdr. Ridgewood 1966

<sup>40</sup> Vgl. Lindley, 1987, S. 157 ff.

<sup>41</sup> Zarlino, 1571, S. 221: „non è così sonoro come li due primi.“

<sup>42</sup> Francisco de Salinas, *De musica libri VII*, Salamanca 1577, Nachdr. Kassel und Basel 1958

<sup>43</sup> Vgl. Mark Lindley, *An Historical Survey of Meantone Temperaments to 1620*, in *Early Keyboard Journal*, VII, 1990, S. 5-31

<sup>44</sup> Vgl. Arthur Daniels, *Mean-Tone Temperament in the Harmonic System of Francisco Salinas*, in *Journal of Music Theory*, Bd. 9, 1965, S. 2-51

<sup>45</sup> Zarlino, 1558, *Parte Prima*, Cap. 14 – 16, S. 23 ff.

<sup>46</sup> Pedro Cerone, *El melopeo y maestro. Tractado de musica theorica y pratica...*, Neapel 1613, Nachdr. Bologna 1969, S. 1049: „la manera mas usada de los Maestros de hazer Organos“

<sup>47</sup> Nicola Vicentino, *L'antica musica ridotta alla moderna prattica*, Rom 1555 (1557), Nachdr. Kassel 1959, fol. 146v: „All' inventione delle viole d'arco, et del liuto fin hora sempre s'ha sonato con la divisione de i semitoni pari.“

Terzen und an manchen Stellen der Quinten nicht sauber sind; und der andere Irrtum ist, dass wenn solche Instrumente mit anderen Instrumenten zusammen erklingen, die die Unterteilung des Ganztons in zwei [verschiedene] Halbtöne haben, den einen größer und den anderen kleiner, sich nicht treffen, so dass sie offengestanden nie übereinstimmen, wenn sie zusammen spielen.“<sup>48</sup> Folgerichtig verlangt er die ungleiche Stimmung auch bei Bundinstrumenten. Zarlino merkte jedoch in seinen Sopplimenti an, dass sich die Temperatur auf Bundinstrumenten sowieso nicht so exakt bestimmen lässt wie auf Tasteninstrumenten, da beim Spielen die Intonation in gewissem Maß ausgeglichen werden kann: „... was für diesen (wenn es ein Sachverständiger eines solchen Instrumentes ist) eine leichte Sache ist, indem er es in einem Zug ein bisschen tiefer oder ein bisschen höher macht; oder dass er irgendeinen Bund vom Ort bewegt und ihn etwas nach unten oder nach oben bringt, entsprechend dem, was nötig ist; oder dass er ein bisschen stärker [an der Saite] zieht oder die Saite ein bisschen weniger lockert, so dass du die guten und perfekten Akkorde wiederfindest.“<sup>49</sup> Girolamo Frescobaldi propagierte seit den dreißiger Jahren des 17. Jahrhunderts die gleichstufig schwebende Stimmung auch für Tasteninstrumente. Er wurde aber von den meisten seiner Zeitgenossen dafür kritisiert und konnte sie beispielsweise für den Bau einer Orgel in Damaso nicht durchsetzen.<sup>50</sup>

Simon Stevin beschreibt um 1595 die gleichstufig schwebende Stimmung für das Monochord, der die Teilung der Oktave in 12 gleich große Halbtöne zugrunde liegt, und drückt die Teilungen durch Wurzelexponenten aus, wobei die 12. Wurzel aus dem Verhältnis der Oktave einen Halbton ergibt.<sup>51</sup>

Er begründet das System mit dem Argument, dass es die einzige Aufteilung ist, bei der Subtraktionen und Additionen von Intervallen aufgehen. Nur wenn Quinten und Quartan auf gleichstufig schwebenden Halbtönen basieren, gewinnt man bei ihrer Subtraktion einen Ganzton, dessen Verdoppelung den Ditonus erzeugt, der zur Quarte die Differenz des Ausgangsintervalls, nämlich den gleichstufig schwebenden Halbton bildet. Die „natürliche schöne Vollkommenheit“<sup>52</sup> der irrationalen Zahlen, die bei diesen Teilungen entstehen, verteidigt er gegen die Pythagoreer, die diese Größen seiner Meinung nach nur deswegen ablehnten, weil sie diese Vollkommenheit nicht erkannt hätten.<sup>53</sup>

Aus der ersten Hälfte des 17. Jahrhunderts stammt eine anonyme Anmerkung zu Stevins Manuskript.<sup>54</sup> In dieser unscheinbaren Notiz werden Formeln für vier gebräuchliche mitteltönige Systeme aufgestellt. Dabei wird die Reduzierung der Quinten mit Hilfe von Wurzelexponenten dargestellt:

1/3-Komma:  $\sqrt[3]{10}$  bis  $\sqrt[3]{3}$

1/4-Komma:  $\sqrt[4]{5}$  bis 1

1/5-Komma:  $\sqrt[5]{15}$  bis  $\sqrt[5]{2}$

2/7-Komma:  $\sqrt[7]{50}$  bis  $\sqrt[7]{3}$

Diese Formeln entsprechen den modernen logarithmischen Berechnungen der Reduzierung der Quinten um Bruchteile des syntonischen Kommas, hier dargestellt am Beispiel der Reduktion um 1/3 des Kommas:

<sup>48</sup> ebda., „... uno che le consonanze delle terze, et in certi luoghi delle quinte non sono giuste; et l'altro errore è quando tali stromenti suonano con altri stromenti, che hanno la divisione del tono partito in due semitoni, uno maggiore, et l'altro minore non s'incontrano, di modo che mai schiettamente s'accordano quando insieme suonano.“

<sup>49</sup> Gioseffo Zarlino, Sopplimenti musicali, Venedig, 1588, Nachdr. New York 1979, S. 225: „... il ch'è à lui (s'è perito di cotale Istrumento) cosa facile, facendola in un tratto un poco più grave ò un poco più acuta; over che muove alcun Tasto da luogo, riportandolo alquanto verso il grave ò verso l'acuto, secondo'l bisogno; over che tira un poco più, ò un poco meno allenta la chorda, accioche ritrovi i buoni accordi & perfetti;“

<sup>50</sup> Vgl. Mark Lindley, Temperaments, in The New Grove Dictionary of Music and Musicians, Second Edition, hrg. Stanley Sadie, Bd. 25, London 2001

<sup>51</sup> Simon Stevin, Vande Spiegeling der Singkonst (Ms. ca. 1595), hrg. von Bierens de Haan, Amsterdam 1884

<sup>52</sup> ebda., S. 440: „natuerlicke constight volmaecktheyt“

<sup>53</sup> Vgl. Lindley, 1987, S. 179 ff.

<sup>54</sup> Den Haag, Koninklijke Bibliotheek, Ak Wet XLVII, fol. 674-75

$\sqrt[3]{10}$  bis  $\sqrt[3]{3}$  = Quinte – 1/3 syntonisches Komma

$$\lg \sqrt[3]{10} - \lg \sqrt[3]{3} = \lg \frac{3}{2} - \frac{1}{3} \lg \frac{81}{80}$$

$$\lg \sqrt[3]{10} - \lg \sqrt[3]{3} = \lg \frac{3}{2} - \lg \sqrt[3]{\frac{81}{80}}$$

$$\cancel{\lg} \sqrt[3]{\frac{10}{3}} = \cancel{\lg} \left( \frac{3}{2} \cdot \sqrt[3]{\frac{81}{80}} \right) \quad | \cdot n^3$$

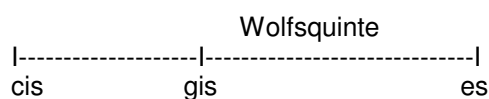
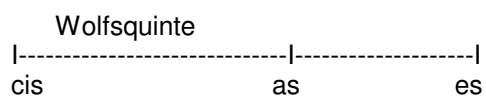
$$\frac{10}{3} = \frac{3^3}{2^3} \cdot \frac{81}{80}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{27 \cdot 80}{8 \cdot 81}$$

$$\frac{10}{3} = \frac{10}{3}$$

Mit diesen Formeln ist die mathematische Darstellung der mitteltönigen Stimmungen sowohl mit reinen als auch unterschwebenden und überschwebenden Terzen endgültig erreicht.

Da die Summe der Reduktionen der Quinten in allen mitteltönigen Systemen die Differenz zwischen reinen Quinten und Oktaven, nämlich das pythagoreische Komma übersteigt, entsteht in jedem Fall eine Wolfsquinte, die wesentlich zu groß ist. In der Regel wurde dafür die Taste gis/as verwendet. Je nachdem ob unter dem Ton es eine mitteltönige Quinte gestimmt wird, die den Ton as erzeugt, oder ob über cis ein mitteltöniges gis gestimmt wird, liegt die Wolfsquinte zwischen gis und es oder zwischen cis und as. Man musste also beim Stimmen der Taste gis/as entscheiden, ob gis als wohlklingende Terz über e oder as passend zu es, f, und c wichtiger war, und sie dementsprechend höher oder tiefer einstimmen.



In den früheren Traktaten wird offensichtlich eher die Platzierung cis-as bevorzugt. So verlangte unter anderem Ramos bei seinen praktischen Stimmanweisungen den Wolf an dieser Stelle. Auch Schlicks Versuch, den Ton as nachträglich zu vertiefen, um ihn an unauffälligen Stellen als gis verwenden zu können, belegt den ursprünglichen Wolf cis-as.

Allerdings wird zu Beginn des 16. Jahrhunderts in Einzelfällen auch die Wolfsquinte gis-es beschrieben. So verlegt Goncalo Martinez de Bizcargui in der zweiten Auflage seines Traktates die Wolfsquinte von h-ges, wie sie in den späten pythagoreischen Systemen bevorzugt wurde, zu gis-es.<sup>55</sup> In der zweiten Hälfte des 16. Jahrhunderts wird die Stimmung mit der Wolfsquinte gis-es durch die überwiegende Mehrheit der Autoren belegt, sie war offensichtlich zur Norm geworden.

Da aber in den Stücken des 16. Jahrhunderts sowohl gis als auch as vorkommt, suchte man nach weiteren Lösungen. So wurde es in Italien üblich, Instrumente mit geteilten Tasten zu bauen, die sowohl ein tiefes gis als auch ein hohes as ermöglichten. Das selbe konstruierte man für die Taste es/dis, die in mitteltönigen Systemen zunächst hoch, also als es gestimmt war, um in den Kadenzen zu

<sup>55</sup> Goncalo Martinez de Bizcargui, *Arte de canto llano y contrapunto y canto de organo*, Saragossa 1508 (bis 1550 neun weitere Ausg.), neu hrsg. von Albert Seay, Colorado Springs 1979

e über dem Ton h eine gut klingende Terz mit einem tiefen dis spielen zu können. Die Instrumente mit 13 oder 14 Tasten pro Oktave waren in Italien weit verbreitet, in Frankreich hingegen machte man kaum davon Gebrauch.<sup>56</sup>

Verschiedene Traktate schlagen die Verwendung von mehr als 14 Tönen pro Oktave vor. So beschreiben beispielsweise Zarlino und Salinas 19-tönige Oktaven, Vicentino entwirft ein Instrument mit 31, später sogar mit 36 Tönen pro Oktave.<sup>57</sup> Diese Systeme sind jedoch eher spekulative Ausnahmen. Die Instrumente sind spieltechnisch sehr anspruchsvoll und der Klang der Instrumente leidet unter der großen Materialfülle.

Die Frage der vokalen Intonation wurde kontrovers erörtert. Die Aussagen über die Intonation von Sängern können im Prinzip auf alle Instrumente übertragen werden, deren Intonation während der Ausführung variabel ist. Nach Zarlinos Auffassung sind Temperierungen Kompromisse, die nur dann eingegangen werden sollten, wenn es notwendig ist. Daher intonieren Sänger ohne Begleitinstrumente, also ohne Zwang zur Temperierung reine Intervalle. Für ihn sind die reinen Intervalle „besser und angenehmer, und nicht nur angenehmer, sondern auch eher erwünscht, weshalb wir uns in der Vokalmusik natürlicherweise um die [Intervalle] bemühen, die in ihrer gültigen Form produziert werden.“<sup>58</sup> Wenn Sänger jedoch zu temperierten Begleitinstrumenten singen, übernehmen sie deren Temperierung und passen sich der entsprechenden Intonation an. „Aber sie stimmen und vereinigen diese beiden Dinge vollkommen miteinander, ganz wie sie wünschen, doch so, dass, wenn sie sich voneinander trennen, die Stimmen zu ihrer Vollkommenheit zurückkehren und die Instrumente in ihrer vorigen Quantität und Qualität bleiben.“<sup>59</sup>

Vincenzo Galilei kritisierte seinen ehemaligen Lehrer Zarlino.<sup>60</sup> Nach seiner Auffassung würden auch Sänger temperierte Intervalle verwenden, die Terzen wiesen irrationale Größen auf, die den reinen Terzen mit dem Verhältnis 5/4 nur nahe kämen. Einige Jahre später relativierte er seine Äußerungen, da „wohlgeübte Sänger alle musikalischen Intervalle mit größerer Vollkommenheit, als sich erwarten lässt“, sängen.<sup>61</sup>

Bei gewissen Fortschreitungen kann bei der Verwendung von ausschließlich reinen Intervallen die gesamte Tonhöhe erheblich steigen oder fallen. Giovanni Battista Benedetti beschrieb dieses Problem in einem Brief an Cipriano de Rore in den sechziger Jahren des 16. Jahrhunderts<sup>62</sup> anhand folgendem Notenbeispiel:

---

<sup>56</sup> Vgl. Lindley, 1987, S. 186 f.

<sup>57</sup> Vicentino, 1555, 5. Buch. s. Ratte, 1991, S. 377 ff.

<sup>58</sup> Zarlino, 1558, S. 135: „sono migliori, & più dilettevoli; & non solo più dilettevoli; ma appetibili maggiormente; però naturalmente nelle cantilene vocali ci sforziamo di seguirar quelli, che sono prodotti nella loro vera forma.“

<sup>59</sup> ebda., S. 136: „Ma accordasi pure et uniscansi perfettamente quanto si vogliano queste due cose insieme; che quando poi si separeranno l'una dall'altra, le Voci ritorneranno alla loro perfettione, & gli Istrumenti rimaneranno nella lor prima qualità, & quantità.“

<sup>60</sup> Vincenzo Galilei, Dialogo di Vincentio Galilei nobile Fiorentino della musica antica, et della moderna, Florenz 1581 (1602), Nachdr. New York 1967, S. 31

<sup>61</sup> Vincenzo Galilei, Discorso di Vincentio Galilei nobile Fiorentino, intorno all'opere di messer Gioseffo Zarlino, Florenz 1589, Nachdr. Mailand 1933, S. 117: „i Cantori bene esercitati ... tutti gli intervalli musici di quella eccelenza maggiore che si posson desiderare.“ Vgl. Lindley, 1987, S. 160, 174, 178 f.

<sup>62</sup> I. B. Benedetti (Benedetti), Diversarum speculationum mathematicarum, & physicarum liber, Turin 1585, S. 282

The image shows a musical score with three staves. The top staff is in treble clef and contains three notes with deviations of 0, +4, and +22 cents. The middle staff is also in treble clef and contains two notes with deviations of +2 and +6 cents. The bottom staff is in bass clef and contains three notes with deviations of 0, +2, and +20 cents. The numbers above and below the staves indicate the deviation from a just intonation system.

Die Zahlen geben die gerundeten Abweichungen zum gleichstufig schwebenden System an, die bei diesen Fortschreitungen unter Verwendung von reinen Intervallen entstehen. Das g des Schlussakkords ist um ein syntonisches Komma, also 22 Cent höher als der Anfangston. Wiederholt man diese Passage, steigt die gesamte Tonhöhe rasch an. Erst über dreihundert Jahre später wird für dieses Problem anhand eines anderen Beispiels schriftlich eine Lösung geboten: „Wenn man langsam die Noten ut fá rè sól mì lá rè sól sòl út singt und das mehrere Male hintereinander wiederholt, wird sich die Stimme im Vergleich mit einem anderen Instrument merklich gesenkt haben. Aber wenn man schnell singt, finde ich, dass die Erinnerung an dieses erste ut die Stimme auf dieser Tonhöhe hält und folglich sie die Intervalle der Konsonanzen ein wenig falsch singen lässt.“<sup>63</sup> Es ist davon auszugehen, dass diese ebenso einfache wie naheliegende Lösung auch von den „wohlgeübten“ Musikern der Renaissance beherrscht wurde.

<sup>63</sup> Christiaan Huygens, Oeuvres complètes, Bd. XX, Den Haag 1888-1950, S. 77: „quand on chant par des notes lentes V F R S M L R S S V et qu'on le repete quelquefois de suite la voix devra avoir notablement baissée en l'esproutant contre quelque instrument. mais si on chant viste, je trouve que le souvenir de ce premier V retient la voix dans le ton, et par consequent lui fait dire un peu faussement les intervalles des consonances.“

Anhang  
Darstellung von regelmäßigen mitteltönigen Stimmungen in Cent<sup>64</sup>

1/3-Komma mitteltönig

Quinte	absolute Größe	Abweichung zu rein	große „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein	kleine „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein
c-g	694,786	- 7,169	c-e	379,145	- 7,169	e-g	315,641	0
g-d	694,786	- 7,169	g-h	379,145	- 7,169	h-d	315,641	0
d-a	694,786	- 7,169	d-fis	379,145	- 7,169	fis-a	315,641	0
a-e	694,786	- 7,169	a-cis	379,145	- 7,169	cis-e	315,641	0
e-h	694,786	- 7,169	e-gis	379,145	- 7,169	gis-h	315,641	0
h-fis	694,786	- 7,169	h-es	441,710	+ 55,396	es-fis	253,076	- 62,565
fis-cis	694,786	- 7,169	fis-b	441,710	+ 55,396	b-cis	253,076	- 62,565
cis-gis	694,786	- 7,169	cis-f	441,710	+ 55,396	f-gis	253,076	- 62,565
gis-es	757,351	+ 55,396	gis-c	441,710	+ 55,396	c-es	315,641	0
es-b	694,786	- 7,169	es-g	379,145	- 7,169	g-b	315,64	0
b-f	694,786	- 7,169	b-d	379,145	- 7,169	d-f	315,641	0
f-c	694,786	- 7,169	f-a	379,145	- 7,169	a-c	315,64	0

Abweichung zu gleichstufig schwebend:

c	cis	d	es	e	f	fis	g	gis	a	b	h
0	- 36,50	- 10,43	+ 15,64	- 20,86	+ 5,21	- 31,28	- 5,21	- 41,71	- 15,64	+ 10,43	- 26,07

<sup>64</sup> Die Werte sind auf drei Stellen nach dem Komma gerundet, die Wolfsquinte liegt zur besseren Vergleichbarkeit immer zwischen gis und es. Die unbrauchbaren Intervalle sind grau unterlegt.



2/7-Komma mitteltönig

Quinte	absolute Größe	Abweichung zu rein	große „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein	kleine „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein
c-g	695,810	- 6,145	c-e	383,241	- 3,073	e-g	312,569	- 3,072
g-d	695,810	- 6,145	g-h	383,241	- 3,073	h-d	312,569	- 3,072
d-a	695,810	- 6,145	d-fis	383,241	- 3,073	fis-a	312,569	- 3,072
a-e	695,810	- 6,145	a-cis	383,241	- 3,073	cis-e	312,569	- 3,072
e-h	695,810	- 6,145	e-gis	383,241	- 3,073	gis-h	312,569	- 3,072
h-fis	695,810	- 6,145	h-es	433,517	+ 47,203	es-fis	262,293	- 53,348
fis-cis	695,810	- 6,145	fis-b	433,517	+ 47,203	b-cis	262,293	- 53,348
cis-gis	695,810	- 6,145	cis-f	433,517	+ 47,203	f-gis	262,293	- 53,348
gis-es	746,086	+ 44,131	gis-c	433,517	+ 47,203	c-es	312,569	- 3,072
es-b	695,810	- 6,145	es-g	383,241	- 3,073	g-b	312,569	- 3,072
b-f	695,810	- 6,145	b-d	383,241	- 3,073	d-f	312,569	- 3,072
f-c	695,810	- 6,145	f-a	383,241	- 3,073	a-c	312,569	- 3,072

Abweichung zu gleichstufig schwebend:

c	cis	d	es	e	f	fis	g	gis	a	b	h
0	- 29,33	- 8,38	+ 12,57	- 16,76	+ 4,19	- 25,14	- 4,19	- 33,52	- 12,57	+ 8,38	- 20,95

1/4-Komma mitteltönig

Quinte	absolute Größe	Abweichung zu rein	große „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein	kleine „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein
c-g	696,578	- 5,377	c-e	386,314	0	e-g	310,265	- 5,376
g-d	696,578	- 5,377	g-h	386,314	0	h-d	310,265	- 5,376
d-a	696,578	- 5,377	d-fis	386,314	0	fis-a	310,265	- 5,376
a-e	696,578	- 5,377	a-cis	386,314	0	cis-e	310,265	- 5,376
e-h	696,578	- 5,377	e-gis	386,314	0	gis-h	310,265	- 5,376
h-fis	696,578	- 5,377	h-es	427,373	+ 41,059	es-fis	269,206	- 46,435
fis-cis	696,578	- 5,377	fis-b	427,373	+ 41,059	b-cis	269,206	- 46,435
cis-gis	696,578	- 5,377	cis-f	427,373	+ 41,059	f-gis	269,206	- 46,435
gis-es	737,637	+ 35,682	gis-c	427,373	+ 41,059	c-es	310,265	- 5,376
es-b	696,578	- 5,377	es-g	386,314	0	g-b	310,265	- 5,376
b-f	696,578	- 5,377	b-d	386,314	0	d-f	310,265	- 5,376
f-c	696,578	- 5,377	f-a	386,314	0	a-c	310,265	- 5,376

Abweichung zu gleichstufig schwebend:

c	cis	d	es	e	f	fis	g	gis	a	b	h
0	- 23,95	- 6,84	+ 10,27	- 13,70	+ 3,42	- 20,53	- 3,42	- 27,38	- 10,27	+ 6,84	- 17,11

1/5-Komma mitteltönig

Quinte	absolute Größe	Abweichung zu rein	große „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein	kleine „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein
c-g	697,654	- 4,301	c-e	390,615	+ 4,301	e-g	307,039	- 8,602
g-d	697,654	- 4,301	g-h	390,615	+ 4,301	h-d	307,039	- 8,602
d-a	697,654	- 4,301	d-fis	390,615	+ 4,301	fis-a	307,039	- 8,602
a-e	697,654	- 4,301	a-cis	390,615	+ 4,301	cis-e	307,039	- 8,602
e-h	697,654	- 4,301	e-gis	390,615	+ 4,301	gis-h	307,039	- 8,602
h-fis	697,654	- 4,301	h-es	418,770	+ 32,456	es-fis	278,884	- 36,757
fis-cis	697,654	- 4,301	fis-b	418,770	+ 32,456	b-cis	278,884	- 36,757
cis-gis	697,654	- 4,301	cis-f	418,770	+ 32,456	f-gis	278,884	- 36,757
gis-es	725,809	+ 23,854	gis-c	418,770	+ 32,456	c-es	307,039	- 8,602
es-b	697,654	- 4,301	es-g	390,615	+ 4,301	g-b	307,039	- 8,602
b-f	697,654	- 4,301	b-d	390,615	+ 4,301	d-f	307,039	- 8,602
f-c	697,654	- 4,301	f-a	390,615	+ 4,301	a-c	307,039	- 8,602

Abweichung zu gleichstufig schwebend:

c	cis	d	es	e	f	fis	g	gis	a	b	h
0	- 16,42	- 4,69	+ 7,04	- 9,38	+ 2,35	- 14,08	- 2,35	- 18,77	- 7,04	+ 4,69	- 11,73

1/6-Komma mitteltönig

Quinte	absolute Größe	Abweichung zu rein	große „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein	kleine „Terz“	absolute Größe	Abweichung zu rein
c-g	698,371	- 3,584	c-e	393,482	+ 7,168	e-g	304,888	- 10,753
g-d	698,371	- 3,584	g-h	393,482	+ 7,168	h-d	304,888	- 10,753
d-a	698,371	- 3,584	d-fis	393,482	+ 7,168	fis-a	304,888	- 10,753
a-e	698,371	- 3,584	a-cis	393,482	+ 7,168	cis-e	304,888	- 10,753
e-h	698,371	- 3,584	e-gis	393,482	+ 7,168	gis-h	304,888	- 10,753
h-fis	698,371	- 3,584	h-es	413,035	+ 26,721	es-fis	285,336	- 30,305
fis-cis	698,371	- 3,584	fis-b	413,035	+ 26,721	b-cis	285,336	- 30,305
cis-gis	698,371	- 3,584	cis-f	413,035	+ 26,721	f-gis	285,336	- 30,305
gis-es	717,923	+ 15,968	gis-c	413,035	+ 26,721	c-es	304,888	- 10,753
es-b	698,371	- 3,584	es-g	393,482	+ 7,168	g-b	304,888	- 10,753
b-f	698,371	- 3,584	b-d	393,482	+ 7,168	d-f	304,888	- 10,753
f-c	698,371	- 3,584	f-a	393,482	+ 7,168	a-c	304,888	- 10,753

Abweichung zu gleichstufig schwebend:

c	cis	d	es	e	f	fis	g	gis	a	b	h
0	- 11,40	- 3,26	+ 4,89	- 6,52	+ 1,63	- 9,77	- 1,63	- 13,03	- 4,89	+ 3,26	- 8,15