

**Silke Jacobsen, Das Pythagoreische Stimmungssystem und seine Anwendung im Ensemblespiel, in Tibia, Magazin für Holzbläser, Celle 2001, S. 529 ff.**

*Der folgende Artikel gibt die Inhalte eines Workshops wieder, den Silke Jacobsen im Rahmen des ERTA-Kongresses im Oktober 1999 in der Hochschule der Künste Berlin durchgeführt hat.*

Pythagoras galt das ganze Mittelalter hindurch als unangefochtene Autorität in Fragen der Musikanschauung. Seine Lehren, die durch seine Schüler überliefert und durch die Darstellungen von Boethius<sup>1</sup> den mittelalterlichen Autoren tradiert wurden, bilden die Grundlagen für das harmonisch-melodische System abendländischer Musik und seine intellektuelle Rezeption. Im Folgenden sollen zunächst seine Wirkungs- und Vorgehensweisen sowie das darauf basierende mittelalterliche Stimmungssystem mit seinen Modifikationen dargestellt werden, um dann der Frage der Anwendung im Ensemblespiel nachzugehen.

Pythagoras als „Inventor musicae“

Pythagoras, der 532 v. Chr. in Croton (Süditalien) eine Schule für Religion, Philosophie und Politik gründete, wurde mit dem Titel „Inventor musicae“, also „Erfinder der Musik“ bedacht.

Veranschaulicht wird dieses durch eine Legende, die sich zuerst im 2. Jahrhundert bei Nikomachos findet und nahezu unverändert von den mittelalterlichen Autoren wieder und wieder zitiert wird, um die Autorität Pythagoras' zu begründen<sup>2</sup>.

Nach dieser Legende hörte Pythagoras, als er an einer Schmiede vorbeikam, vier Schmiede, die mit vier jeweils paarweise zueinander wohlklingenden Schmiedehämmern arbeiteten. Die Klänge dieser Hämmer bildeten zum tiefsten Ton die Intervalle Quinte, Quarte und Oktave. Pythagoras zögerte zunächst, sowohl den Quint- als auch den Quarthammer als konsonant zu definieren, akzeptierte sie dann aber für den übergeordneten Zusammenhang. Pythagoras wog die Hämmer und stellte dabei Gewichtsproportionen im Verhältnis 1 : 2 : 3 : 4 fest. Er hängte Gewichte mit denselben Proportionen an vier gleich starke und gleich lange Saiten und konnte nun mit diesen Saiten dieselben Intervalle erzeugen wie mit den Hämmern. Daraufhin bezog er ein Instrument mit vier Saiten und stellte dieselben Proportionen durch Saitenspannung her. Damit hatte er die Korrelation von Zahlenverhältnissen und Klängen experimentell nachgewiesen. In der Überlieferungsgeschichte erfährt die Legende durch Boethius<sup>3</sup> eine kleine Veränderung: hier sind es nun fünf Hämmer, von denen Pythagoras einen nicht passenden aussortiert.

Tatsächlich kann es sich hier jedoch nur um eine Legende handeln, da nämlich die Gewichte der Hämmer zu den klingenden Intervallen in Quadratproportionen stehen müssten, also um die Schwingungszahl zu verdoppeln, müsste das Gewicht entsprechend vier mal so groß sein etc.. Das Ansehen Pythagoras' war aber im ganzen Mittelalter so groß, dass erst 1636 Mersennes<sup>4</sup> das Experiment prüfte und den Fehler nachwies.

Parallel zu dieser Überlieferung bildete sich eine zweite Legende um die Erfindung der Musik, die ebenfalls an das Bild der Schmiede anknüpft. Sie basiert auf zwei biblischen Figuren: Jubal, von dem alle Zither- und Flötenspieler abstammen, und Tubalkain, seinem Halbbruder, der Schmied war<sup>5</sup>. Seit ca. 600 werden diese wiederholt in Musiktraktaten erwähnt, wobei beide Namen immer stärker

<sup>1</sup> Anicii Manlii Torquati Severini Boetii De institutione arithmetica libri duo; De institutione musica libri quinque accedit geometria quae fertur Boetii, ed. Gottfried Friedlein, Leipzig 1867 – deutsche Übersetzung: Anicius Manlius Severinus Boetius, Fünf Bücher über die Musik, Hrg. Oscar Paul, Leipzig, 1872, Nachdr. Hildesheim 1985

<sup>2</sup> vgl. Barbara Münxelhaus, Pythagoras musicus, Bonn-Bad Godesberg 1976, S. 36 ff.

<sup>3</sup> Boethius, Buch I, Kap. X, XI

<sup>4</sup> Marin Mersennes, Harmonie universelle, Paris 1636, Nachdruck Paris 1975, III, Nouvelles observations physiques et mathematiques, S. 25

<sup>5</sup> 1. Mose 4, 21.22

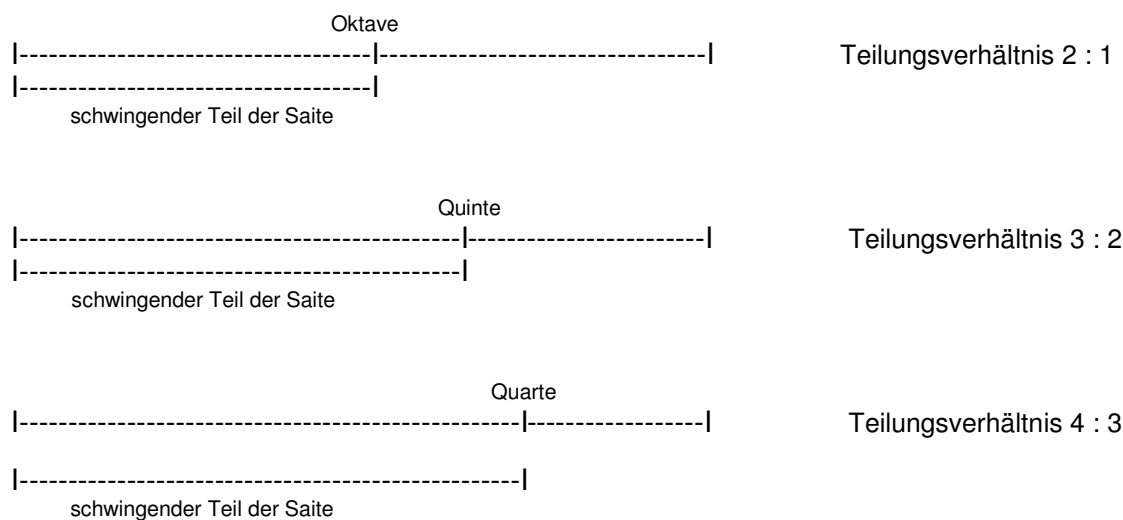
vermischt werden und so letztlich zu einer Figur verschmelzen, nämlich einem Schmied, der die Musik erfunden hat. Seit dem 9. Jahrhundert lässt sich beobachten, wie versucht wird, die antike und die biblische Überlieferung miteinander in Einklang zu bringen. So weist beispielsweise Walter Odington Jubal die Erfindung der Musikausbübung zu, während er Pythagoras als Erfinder der rationalen Beschäftigung mit Musik einordnet.<sup>6</sup>

Unabhängig von der Legendenbildung ist jedoch sicher, dass es Pythagoras gelungen ist, die Gesetzmäßigkeiten von Tonverhältnissen in Zahlenverhältnissen auszudrücken, also Klänge mathematischen Gesetzen zuzuordnen. Pythagoras ist dabei experimentell vorgegangen, sein System ist praktisch und nicht spekulativ begründet. Er erklärt somit seine Wahrnehmung mit Hilfe der Vernunft und legt so die Grundlage für die wissenschaftliche Beschäftigung mit akustischen Phänomenen. Das wiederum ist die Voraussetzung für die intellektuelle Auseinandersetzung mit Musik, welche im Mittelalter als Disziplin des Quadrivium einen wesentlich höheren Stellenwert besaß als die praktische Musikausführung. So trägt also Pythagoras aus mittelalterlicher Sichtweise zu Recht den Titel „Inventor musicae“.

### Das Monochord

Pythagoras und seine Schüler sowie die Theoretiker des Mittelalters haben ihre Berechnungen mit Hilfe eines Monochordes angestellt. Der Name taucht erstmals bei Nikomachos auf und bezeichnet ein Instrument, dessen Saitenlängen durch Versetzung von Stegen variiert und anhand einer angebrachten Messskala abgemessen werden können. Meistens hatte es eine Saite, es gab aber auch Instrumente mit bis zu acht Saiten, um die Schwingungsverhältnisse innerhalb einer Oktave simultan darstellen und hören zu können. Das Monochord wurde nicht nur zur Beschäftigung mit Musiktheorie verwendet, es wurde auch als Musikinstrument gebraucht<sup>7</sup>.

Die einfachsten Saitenteilungen am Monochord lassen sich folgendermaßen darstellen (Angaben jeweils als Intervall oberhalb des Grundtons, also der frei schwingenden Saite des Monochords):



### Grundlagen der griechischen Mathematik

Um die Vorgehensweise der Pythagoreer zu verstehen, ist es notwendig, sich über die Grundlagen der Berechnungen im Klaren zu sein. Das antike System kannte keine „irrationalen“ Zahlen, es wurde

<sup>6</sup> Walter Odington, *De speculatione musicae*, *Scriptorum de musica medii aevi*, ed. Edmond de Coussemaker, Bd. I, Paris 1864, Nachdr. Hildesheim, 1963, S. 193 b

<sup>7</sup> vgl. Münxelhaus, 1976, S. 25 f.

weder mit Bruchrechnung noch mit Logarithmen gearbeitet - mathematische Funktionen, die für heutige Berechnungen von alltäglicher Selbstverständlichkeit sind. Vielmehr bestand das System ausschließlich aus ganzen positiven Zahlen und ihren Verhältnissen zueinander. So bedeutete beispielsweise  $1 : 2$  die Proportion von einem Teil zu zwei Teilen und nicht im Sinne heutiger Bruchrechnung  $\frac{1}{2} = 0,5$ . Sollten bei Berechnungen Zahlen  $< 1$  auftreten, mussten die Ausgangszahlen entsprechend so weit multipliziert werden, bis auch die Endergebnisse wiederum aus ganzen Zahlen bestanden, ein Vorgang, der z. T. zu beträchtlichen Werten führte.

Die Proportionen wurden seit Boethius mit einem ausgefeilten Begriffssystem ausgedrückt, welches jeweils die Art des Verhältnisses anzeigt. Es gab drei Kategorien von Proportionen:

- multiplex  
eine Zahl ist ein Vielfaches der anderen  
( $n \times a : n$ ) z. B.  $3 : 1$
- superparticularis  
eine Zahl ist um 1 größer als die andere  
( $n + 1 : n$ ) z. B.  $3 : 2$
- superpartiens  
eine Zahl ist um mehr als 1 größer als die andere  
( $n + 1 + x : n$ ) z. B.  $5 : 3$

Proportio superparticularis und proportio superpartiens konnten auch multiplex, also als Vielfache auftreten<sup>8</sup>.

Das Ziel der pythagoreischen Berechnungen war, sowohl die eigene Wahrnehmung in Zahlen darzustellen als auch eine Formel zu entwickeln, mit der bewiesen werden konnte, welche Intervalle konsonant sind und welche nicht, um so ein allgemein gültiges System zur Bewertung von Zusammenklängen zu schaffen. Es ging also nicht nur um die Abbildung der Natur in Zahlen, sondern auch um die Sanktionierung eines Tonsystems.

Eine Definition der Konsonanz (griechisch: *Krasis*) findet sich bereits bei Platon, Euklid, Kleoneides und Nikomachos<sup>9</sup>. Sie wurde jedoch ausschließlich durch die Wahrnehmung begründet. So galten zwei Klänge als konsonant, wenn sie so verschmolzen, dass sie wie ein Wohlklang wahrgenommen werden konnten. Diese Definition wurde auch von Boethius und den späteren mittelalterlichen Theoretikern übernommen, welche diese Klänge als *harmonia*, *consonantia*, *concordantia* oder *symphonia* bezeichneten.

Bei der Betrachtung des pythagoreischen Tonsystems ist es hilfreich, die Proportionen der reinen Intervalle, wie sie sich in der Obertonreihe finden, gegenwärtig zu haben:

Oktave	Quinte	Quarte	große Terz	kleine Terz
2:1	3:2	4:3	5:4	6:5

### Die Berechnungen der Pythagoreer<sup>10</sup>

Zur mathematischen Definition, welche Klänge als konsonant zu gelten haben, wurden zwei Regeln aufgestellt. Danach sind nur die Intervalle konsonant, deren am Monochord gemessene Proportionen folgende Bedingungen erfüllen:

1. Sie müssen sich mit den Zahlen von 1 bis 4 darstellen lassen.
2. Sie müssen den Kategorien der multiplexen oder der superpartikularen Proportionen angehören.

<sup>8</sup> vgl. Proportions, in *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*, ed. Stanley Sadie, London, 1980, Bd. 15

<sup>9</sup> vgl. Münxelhaus, 1976, S. 59 ff.

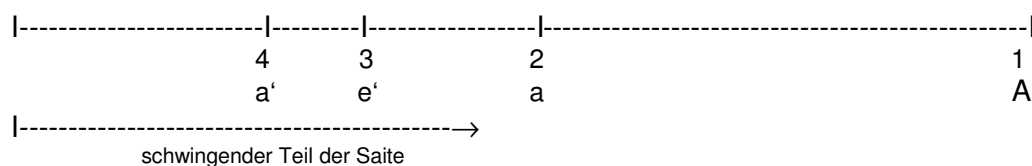
<sup>10</sup> Im folgenden werden als „Pythagoreer“ jene Autoren bezeichnet, die auf der pythagoreischen Lehre basierend gerechnet und argumentiert haben

Unter Beachtung dieser Auflagen gelten folgende Intervalle als konsonant:

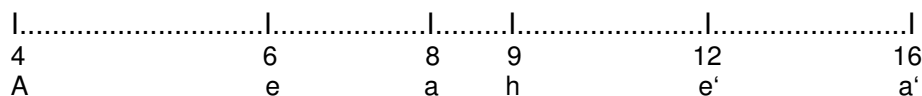
- Oktave (2 : 1)
- Quinte (3 : 2)
- Quarte (4 : 3)
- Doppeloktave (4 : 1)
- Oktaverweiterung der Quinte (3 : 1)

Diese fünf Intervalle lassen sich durch die Zahlenfolge 1 : 2 : 3 : 4 darstellen, welche auch als „zweiter Tetraktys“ bezeichnet wurde.

Überträgt man diese Zahlenfolge auf den griechischen Tonraum (zwei Oktaven unter a'), erhält man am Monochord folgende Intervalle:



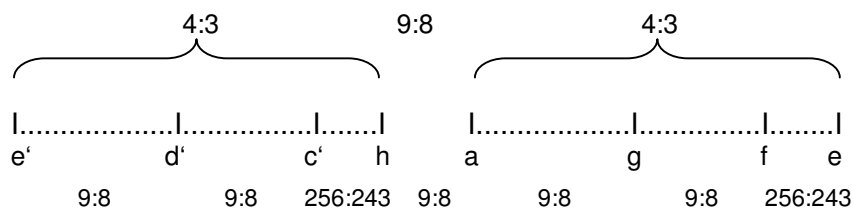
Wird die zwischen a und a' entstandene Quint-Quartteilung auch auf den Raum über A und dann auf das dadurch entstandene e übertragen, erhält man das Gerüst der „festen“ Tonstufen. Um dabei weiterhin mit ganzen Zahlen arbeiten zu können, müssen alle Werte mit 4 multipliziert werden.



Das Zentrum dieses Gerüsts besteht aus einer Oktave (12 : 6), zwei Quinten (9 : 6 und 12 : 8), zwei Quartan (12 : 9 und 8 : 6) und einem Ganzton (9 : 8) und lässt sich durch die Zahlenfolge 6 : 8 : 9 : 12 darstellen. Diese wurde als „erster Tetraktys“ bezeichnet.

Interessanterweise erfolgte die Numerierung der Tetraktys nicht aufgrund der mathematischen Entstehung, sondern nach ihrer Bedeutung. Der „erste Tetraktys“ stellte nämlich auch den pythagoreischen Ganzton (9 : 8) dar, durch den es nun möglich war, diatonische Skalen zu konstruieren.

Dafür füllte man eine Quarte mit zwei pythagoreischen Ganztönen, wobei sich durch den verbleibenden Rest (Quarte minus Ditonus) die Größe eines Halbtones ergibt. Setzt man nun zwei dieser Tetrachorde disjunct, nämlich im Abstand eines pythagoreischen Ganztones übereinander, ist die Oktave diatonisch ausgefüllt und man erhält die antike „dorische“ Skala (abwärts von e' bis e).



Die Intervallberechnungen der Pythagoreer lassen sich wie folgt darstellen<sup>11</sup>:

$$\begin{aligned} \text{Oktave} - \text{Quinte} &= \text{Quarte} \\ 2/1 : 3/2 &= 2/1 \times 2/3 = 4/3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Quinte} - \text{Quarte} &= \text{pythagoreischer Ganzton} \\ 3/2 : 4/3 &= 3/2 \times 3/4 = 9/8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{pythagoreischer Ganzton} + \text{pythagoreischer Ganzton} &= \text{pythagoreische große Terz} \\ 9/8 \times 9/8 &= 81/64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Quarte} - \text{pythagoreische große Terz} &= \text{Limma (semitonus minus, kleiner Halbton)} \\ 4/3 : 81/64 &= 4/3 \times 64/81 = 256/243 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{pythagoreischer Ganzton} - \text{Limma} &= \text{Apotome (semitonus maius, großer Halbton)} \\ 9/8 : 256/243 &= 9/8 \times 243/256 = 2187/2048 \end{aligned}$$

Darüber hinaus errechneten sie die Inkompatibilität von Oktaven und reinen Quinten. Es wurde bewiesen, dass man durch die Addition von 12 Quinten nicht das gleiche Intervall erhält wie durch die Addition von 7 Oktaven. Die Differenz wird als das *pythagoreische Komma* bezeichnet.

$$\begin{aligned} 12 \text{ Quinten} - 7 \text{ Oktaven} &= \text{pythagoreisches Komma} \\ (3/2)^{12} - (2/1)^7 &= 531441/524288 \text{ (23,46 Cent)} \end{aligned}$$

Diese Differenz zwischen Oktaven und Quinten, also den elementarsten Intervallen des Systems, verursacht die Notwendigkeit eines Stimmungssystems überhaupt. Denn um die Tonstufen innerhalb einer reinen Oktave, welche als Rahmenintervall nicht in Frage gestellt wurde, einrichten zu können, ist es nötig, sich mit dem Verbleib dieser Differenz auseinander zu setzen. Im Verlauf der Musikgeschichte sind vielfältige Möglichkeiten entwickelt worden, diese Differenz zu verteilen, also eine Temperierung der Quinten vorzunehmen, um sie in das System der Oktave einpassen zu können. Das pythagoreische Stimmungssystem sieht eine solche Anpassung der Quinten nicht vor, vielmehr werden die Quinten rein belassen, so dass die Differenz an einem Ort des Systems in voller Größe übrig bleibt.

Aber auch der Unterschied zwischen einer reinen großen Terz (5 : 4) und der pythagoreischen Terz (81 : 64), die mit Hilfe des pythagoreischen Ganztons, der ja aus dem System der reinen Quinten resultiert, errechnet wurde, ist den Pythagoreern bewusst gewesen.

$$\begin{aligned} \text{pythagoreische große Terz} - \text{reine große Terz} &= \text{syntonisches Komma} \\ 81/64 : 5/4 &= 81/64 \times 4/5 = 81/16 \times 1/5 = 81/80 \text{ (21,51 Cent)} \end{aligned}$$

### Resultierende Stimmungssysteme

Die Teilungspunkte am Monochord wurden als geometrische Örter mit Buchstaben versehen. Diese wurden dann auch für Oktavversetzungen verwendet, so dass sie sich als Tonbezeichnungen emanzipierten und den Status von Notation erlangten. Guido von Arezzo beschreibt zwei Möglichkeiten der Monochordteilungen und erhält dadurch folgenden Tonvorrat:

G A H c d e f g a b h c' d' e' f' g' a' b' h' c'' d''

Es handelt sich also um die Stufen, die sich auch in der Guidonischen Hand finden, die Schritte der *musica vera* und keineswegs um ein chromatisches Modell<sup>12</sup>. Diese Konzentration auf die Darstellung von diatonischen Skalen blieb bis zum 14. Jahrhundert erhalten, es gibt keine Informationen, wie die

<sup>11</sup> Bei diesen Gleichungen stelle ich die Proportionen mit / dar, um Verwirrungen zwischen : als Proportionszeichen und : als Rechenschritt zu vermeiden.

Zu den Gleichungen: Will man Proportionen addieren, so muss man sie miteinander multiplizieren; will man sie voneinander subtrahieren, muss man sie dividieren.

<sup>12</sup> Guidonis Aretini Micrologos, ed. Joseph Smits van Waesberge, Corpus Scriptorum de Musica. Publications of the American Institute of Musicology, Rom 1950 ff., Bd. IV, S. 96 ff.

alterierten Töne des mutierten Hexachordsystems zu positionieren sind. Das heißt, dass zwar alle Intervallgrößen berechnet wurden, aber eben nur innerhalb des diatonischen Systems. Ein Musiker, der vor dem Problem steht, ein chromatisches Instrument mit einer mittelalterlichen Stimmung zu versehen, wird also vergeblich die Darstellung eines vollständigen Quintenzirkels suchen, denn die Theoretiker, denen es nicht um praktische Überlegungen, sondern um die intellektuelle Beschäftigung mit dem pythagoreischen Kanon ging, waren an einem Quintenzirkel zunächst gar nicht interessiert.

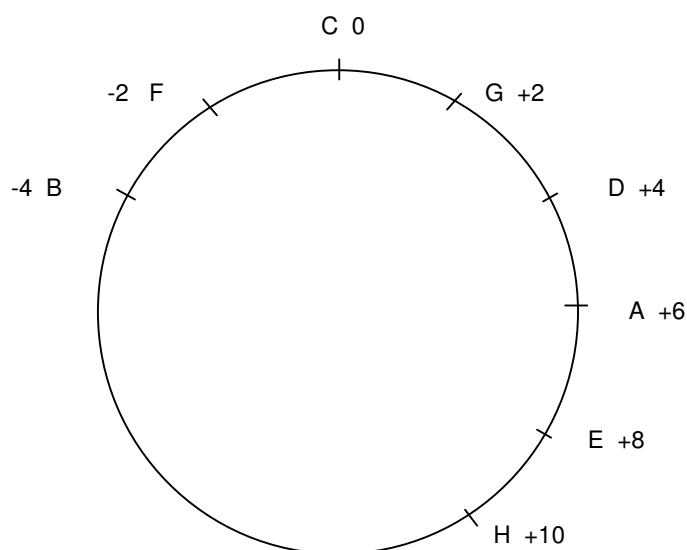
Ein weiteres Problem stellt sich bei der Frage der Intonation in einem Ensemble, das in der Intonation flexibel ist. Stellen die meisten Traktate die Teilungen am Monochord dar, was verhältnismäßig einfach auf ein Tasteninstrument zu übertragen ist, so ist es für Sänger und Spieler eines in der Intonation flexiblen Instrumentes ungleich komplizierter, die pythagoreische Intonation auszuführen. Um die Darstellung im folgenden zu erleichtern, werden die Systeme nicht mehr in ihren Proportionen, sondern in ihrer Abweichung zum gleichstufig schwebenden System in Cent angegeben, was die Arbeit mit einem Stimmgerät ermöglicht<sup>13</sup>. Auf diese Weise sind die Intervalle relativ einfach darzustellen, zu vergleichen und vor allem auf ein Instrument zu übertragen.

Zum Vergleich seien hier die reinen Intervalle in ihrer Abweichung zur gleichstufig schwebenden Stimmung angegeben<sup>14</sup>:

Oktave: 0 Cent  
 Quinte: + 2 Cent  
 Quarte: - 2 Cent  
 große Terz: - 14 Cent  
 kleine Terz: + 16 Cent

Eine reine Quinte wird also auf dem Stimmgerät als +2 Cent angezeigt. Legt man C als Ausgangston fest, so erhöht sich also die Abweichung in einer Quintenkette um 2 Cent pro Quinte.

Die von Guido verwendeten Tonstufen stellen sich nun folgendermaßen dar:



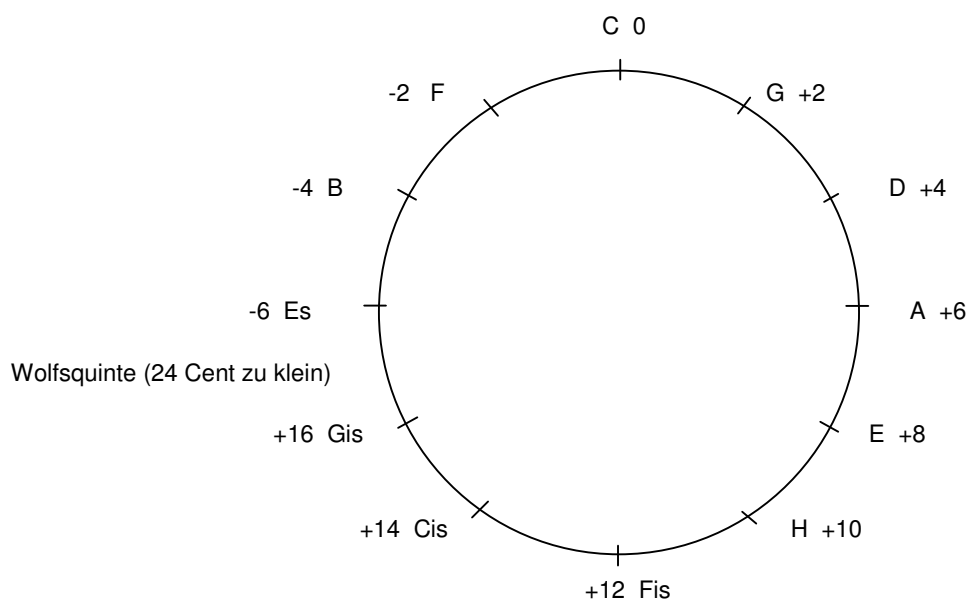
<sup>13</sup> In der gleichstufig schwebenden Stimmung wird das pythagoreische Komma gleichmäßig über die Oktave verteilt, so dass alle Halbtöne gleich groß sind. Diese Halbtöne können in der Maßeinheit Cent angegeben (ein gleichstufig schwebender Halbton beträgt 100 Cent) und auf der Messskala eines Stimmgerätes jeweils mit 0 Cent Abweichung angezeigt werden.

<sup>14</sup> Das pythagoreische Komma beträgt eigentlich 23,46 Cent. Es wird im folgenden zugunsten der größeren Praktikabilität zu 24 Cent bzw. 2 Cent pro Quinte aufgerundet, so dass im Quintenstrahl oder -zirkel mit übersichtlichen Werten gearbeitet werden kann. Desgleichen wird die Abweichung der Terzen gerundet. Eine große Terz ist eigentlich 13,69 Cent kleiner und eine kleine Terz 15,64 Cent größer als die Terzen des gleichstufig schwebenden Systems. Die daraus erwachsenden Ungenauigkeiten sind in der praktischen Anwendung so gering, dass sie vernachlässigt werden können.

Durch die konsequente Verwendung der reinen Quinten entstehen die pythagoreischen großen Terzen, die um 22 Cent größer sind als reine Terzen, nämlich B – D, F – A, C – E, G – H<sup>15</sup>.

Ab Beginn des 14. Jahrhunderts jedoch wird in den Kompositionen durchaus mit chromatischem Tonmaterial gearbeitet. Auch besaßen die Tasteninstrumente zu Beginn des 14. Jahrhunderts bereits in der Regel 12 Töne pro Oktave, wie es z. B. Jacob von Lüttich 1325 beschreibt<sup>16</sup>.

Will man den Quintenzirkel also vollständig ausfüllen, erhält man eine Wolfsquinte, die um das pythagoreische Komma zu klein ist. Dabei ist möglicherweise bis zum ausgehenden 14. Jahrhundert das Intervall Gis - Es bevorzugt worden<sup>17</sup>.



Dieses System bietet für die Intonation ein einheitliches Modell, in dem alle in der Literatur gängigen Terzen um 22 Cent größer sind als die reinen Intervalle: Es – G, B – D, F – A, C – E, G – H, D – Fis, A – Cis, E – Gis. Diese Terzen können in der Tat nicht als verschmelzende Wohlklänge bezeichnet werden und gelten von daher zu Recht im Mittelalter nicht als konsonant.

### Die Behandlung der Terzen<sup>18</sup>

In der pythagoreischen Lehre war nicht nur das Rechnen mit den Verhältnissen von zwei Größen zueinander bekannt, sondern auch der Umgang mit drei Größen. Mit Hilfe dieser sogenannten Mittellehre war es relativ unkompliziert, durch arithmetische und harmonische Teilung der Quinten die reinen Terzen (große Terz 5 : 4 und kleine Terz 6 : 5) zu errechnen. Dieses wurde bereits von Archytas von Tarent (428 – 365 v. Chr.) beschrieben, dessen Berechnungen im Mittelalter durch die Vermittlung von Boethius bekannt waren<sup>19</sup>. Um ihnen aber den Status einer perfekten Konsonanz zu

<sup>15</sup> s. o. syntonisches Komma: Die Abweichung des gerechneten Ergebnisses  $81/80 = 21,51$  Cent zu den hier dargestellten 22 Cent resultiert aus der Aufrundung des pythagoreischen Kommas zu 24 Cent.

<sup>16</sup> Jacobus Leodiensis *Speculum musicae*, ed. Roger Bragard, *Corpus Scriptorum de Musica* III, Publications of the American Institute of Musicology, Rom 1955 ff.

<sup>17</sup> vgl. Mark Lindley, *Pythagorean Intonation*, in *The New Grove Dictionary of Music and Musicians*, Bd. 15

<sup>18</sup> Die Ausführungen beschränken sich im folgenden auf die Behandlung der Terzen. Für ihre Umkehrungen, die Sexten, gilt im Prinzip dasselbe, wobei Sexten allgemein noch instabiler und dissonanter als Terzen empfunden wurden. Bei den Überlegungen zur Platzierung der Stufen einer chromatischen Skala sind diese Differenzierungen aber nicht weiter von Bedeutung und können deshalb hier vernachlässigt werden.

<sup>19</sup> Boethius, Buch V, Kap. XVI

verleihen, hätte der zweite Tetraktys mit der Begrenzung auf die Zahlen von 1 – 4 bei der Festlegung der Definition des Konsonanzbegriffes auf die Zahlen 1 – 6 erweitert werden müssen. Dieses wurde aber weder von den antiken noch von den mittelalterlichen Autoren befürwortet. Die grundsätzliche Bedeutung des zweiten Tetraktys als Grundlage des Systems überhaupt wurde offensichtlich als unantastbare Regel angesehen, die auf Kosten der wohlklingenden Terzen in Kauf genommen wurde. Es ging daher weniger um ein mathematisches Nicht-Können, sondern vielmehr um ein Nicht-Wollen. In Bezug auf die Intervalle impliziert das die Höherstellung der Proportionen der „festen“ Tonstufen also der Oktaven, Quinten, Quarten über die daraus resultierenden beweglichen, nämlich u. a. der Terzen.

Die Selbstverständlichkeit dieser Regeln demonstriert das kaum vorhandene Hinterfragen derselben. Erst im 16. Jahrhundert, als die Musik der franko-flämischen Schule die Terz längst als Konsonanz behandelt, wird das theoretische System durch Gioseffo Zarlino und Ludovico Fogliani der Praxis angepasst und die Erweiterung der Zahlenreihe zur Darstellung von Konsonanzen auf 1 – 6 erweitert, so dass nun auch reine Terzen im System vorkommen und als Konsonanzen deklariert werden können<sup>20</sup>.

### Abweichende Systeme

Die Überlieferung der Auseinandersetzung mit dem konsonanten Klang der reinen Terzen geht fast so weit zurück, wie die Erstellung der pythagoreischen Regeln selber<sup>21</sup>. Zur Veranschaulichung der Frage, wie das Phänomen der reinen Terz, die außerhalb des sanktionierten pythagoreischen Kanons stand, zu bewerten ist, seien hier einzelne Beispiele herausgegriffen.

Interessant ist in diesem Zusammenhang ein anonymes Manuskript über Monochordteilungen<sup>22</sup>, das um 1100 die arithmetische Teilung der Quinte und somit die Berechnung der reinen Terz beschreibt und sie in das Intervallsystem aufnimmt. Diese Aufnahme der reinen Terzen in das System stellt in dieser Zeit eine absolute Ausnahme dar – die Verbreitung und Wirkungsweise des Traktates dürfte allerdings von untergeordneter Bedeutung gewesen sein.

Walter Odington (ca. 1298 – 1316) geht im ersten Teil seines Traktats *De Speculatione musicae*<sup>23</sup> auf die arithmetische und harmonische Teilung der Quinte ein, welche zu den reinen Terzen 5 : 4 und 6 : 5 führt. Diese Teilungen sind wohl eher spekulativer arithmetischer Natur und nicht als Erweiterung oder Abänderung des pythagoreischen Systems zu verstehen, sie werden bei der detaillierten Behandlung der Intervalle überhaupt nicht mehr erwähnt.

Im zweiten Teil seines Traktates, in dem er die Einordnung der verschiedenen Intervalle behandelt, definiert er Ditonus und Semiditonus (große und kleine Terz), deren Proportionen er gemäß der pythagoreischen Regeln errechnet, eindeutig als nicht konsonant. Darauf folgend beschreibt er jedoch, dass die meisten (plurimi) diese Ansicht nicht teilen, sondern den Ditonus und den Semiditonus wegen ihrer großen Nähe zu den reinen Terzen mit den Verhältnissen 5 : 4 und 6 : 5 mit diesen gleichsetzen und somit als konsonant betrachten. Odington, der diese Meinung nicht teilt, gesteht aber zu, dass die menschliche Stimme durch eine gewisse Subtilität in der Lage sei, diese Dissonanzen wohlklingend darzustellen, was jedoch bei rauhen Stimmen nicht möglich sei<sup>24</sup>.

Diese Beschreibung spiegelt nicht nur eine offensichtlich weit verbreitete Auffassung seiner Zeit, die nicht mit dem pythagoreischen Kanon zu vereinbaren war, sondern auch Odingtons Bemühungen, diese einzuordnen. So versucht er, dem pythagoreischen System treu zu bleiben und gleichzeitig der abweichenden Praxis Rechnung zu tragen, was zu dem etwas unbestimmten Zugeständnis an die Möglichkeiten der menschlichen Stimme führt. Auf jeden Fall wirft Odingtons Kritik an der Gleichstellung der Terzen ein interessantes Bild auf eine offensichtlich sehr frühe und breit geführte

<sup>20</sup> vgl. Münxelhaus, 1976, S. 107 und Mark Lindley, Stimmung und Temperatur, in Geschichte der Musiktheorie, Bd. 6, Darmstadt 1987, S. 111 ff.

<sup>21</sup> s.o. Archytas von Tarent

<sup>22</sup> Brüssel, Kön. Bibl. Cod. 10078-95, f. 38'

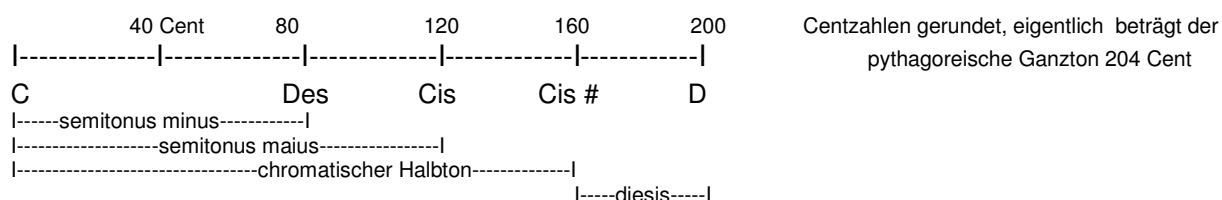
<sup>23</sup> Odington, S. 182 ff.

<sup>24</sup> Odington, S. 199 a: et per consequens ditonus es semiditonus non sunt simphonie. Verumtamen quia vicine sunt sesquiquarte et sesquiquinte habitudinibus quarum unitas facit differentiam, idcirco plurimi estimant consonos esse. Et si in numeris non reperiantur consone, voces tamen hominum subtilitate ipsos ducunt in mixturam suavem, et penitus in consonum quadam dulcedine nota fit suave et consonum; in vocis ruditate offendit auditum.



Diskussion, die außerhalb der theoretisch fundierten und in entsprechenden Traktaten überlieferten Auffassung stattfand.

Marchetto da Padua (1274 – 1325/26) hingegen ist der erste, der dem pythagoreischen System ein eigenes entgegensetzt<sup>25</sup>. In seiner ausdrücklich für Musiker ausgewiesenen Schrift lässt er die gesamten Grundlagen pythagoreischer Berechnungen außer Acht und schlägt eine Teilung des Ganztons in fünf gleiche Teile vor:



Auf diese Weise erhält er für die alterierten Stufen, im angegebenen Beispiel Des/Cis, drei Möglichkeiten, diese zu intonieren. Aus seinen Notenbeispielen, in denen er das mit dem neuen Zeichen # versehene Cis angibt (zur Unterscheidung des bis dahin gebräuchlichen b quadratum) ist die Funktion dieser Stufe ersichtlich: er schlägt es fast ausschließlich für Kadenzklauseln vor. Auf diese Weise erhält er einen Leittonschritt von 40,8 Cent, also weniger als  $\frac{1}{4}$  Ton des gleichstufig schwebenden Systems. Man muss sich allerdings vergegenwärtigen, dass die Fünfteilung des Ganztons wohl eher als eine Art bildliche Vorstellung zur Intonationshilfe gedacht war. Marchetto ist von den Theoretikern bis in das 15. Jahrhundert hinein scharf kritisiert worden. So wirft ihm beispielsweise Prosdocimus Unkenntnis vor und deklariert seine theoretischen Ausführungen als durchweg falsch. In seiner Schrift von 1425, die er gegen die Fehler Marchettos schreibt, bemängelt er, dass sich Marchettos System in ganz Italien vor allem unter Sängern verbreitet hätte<sup>26</sup>. Daneben aber schätzte er durchaus Marchettos Äußerungen zur Musikpraxis<sup>27</sup>.

Marchettos Ausführungen sind nicht nur wegen ihrer unkonventionellen Handhabung des Problems und der anhaltenden Kontroverse über sein System von Interesse, sondern liefern wertvolle Hinweise für das Intonieren von Sängern. Er beschreibt hier den Usus, Leittöne extrem hoch zu singen, was zwar nicht im Detail der Berechnungen, wohl aber in der Tendenz dem pythagoreischen System entspricht. Sein Vorschlag der Fünfteilung legt die Vermutung nahe, dass er Sängern eine bildliche Hilfestellung bieten wollte, die auch dann greift, wenn kein Tasten- oder Lauteninstrument, das die Intonation festlegen könnte, vorhanden ist, was wiederum den Rückschluss nahe legt, dass die dissonante Intonation von Terzen nicht als Mangel, sondern als erwünschtes Gestaltungsmittel empfunden wurde.

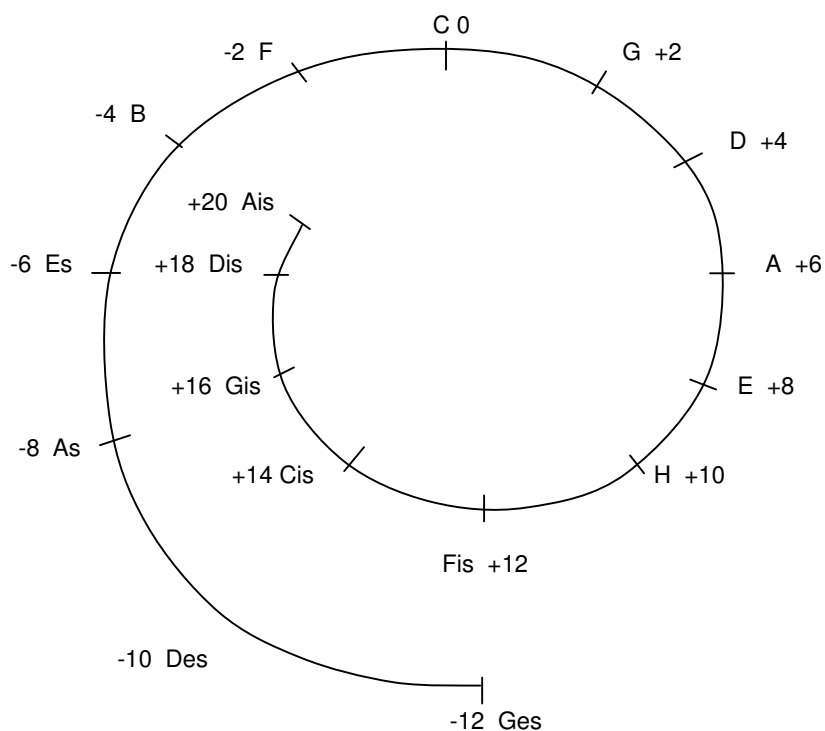
Mit Beginn des 15. Jahrhunderts lässt sich der Wunsch nach einer Modifikation des pythagoreischen Systems beobachten. So versucht Prosdocimus de Beldemandis in seinem Libellus monocordi (1413)<sup>28</sup> der zunehmenden Chromatisierung gerecht zu werden, ohne gegen die pythagoreischen Grundsätze zu verstoßen. Dabei reichte ihm ein zwölfstöniges chromatisches System nicht aus, sondern er favorisierte die zu 17 Stufen erweiterte Oktave.

<sup>25</sup> Marchetti de Padua *Musica seu Lucidarum in arte musicae planae*, *Scriptores ecclesiastici de musica sacra potissimum*, ed. Martin Gerbert, St. Blasien 1784, Nachdr. Hildesheim 1963, Bd. III, S. 64-121;

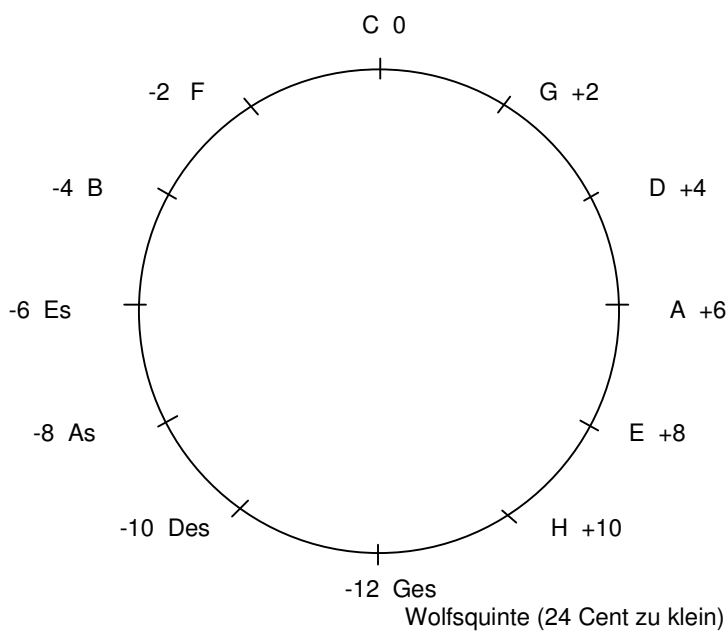
<sup>26</sup> vgl. Karol Berger, *Musica ficta*, Cambridge, 1987, S. 22 ff.

<sup>27</sup> vgl. Jan W. Herlinger, *Marchettos Division of the Whole Tone*, *Journal of the American Musicological Society*, Vol. XXXIV, No. 2, 1981, S. 193 ff.

<sup>28</sup> Prosdocimi de Beldemandis *Libellus monocordi*, *Scriptorum de musica medii aevi*, ed. Edmond de Coussemaeker, Bd. III, Paris 1869, Nachdr. Hildesheim, 1963, S. 248 ff.



Wollte man jedoch die Literatur des 15. Jahrhunderts für Tasteninstrumente, beispielsweise die Stücke des Codex Faenza oder des Buxheimer Orgelbuches auf Instrumenten mit zwölf Tönen pro Oktave spielen, so erhält man ein verwandtes Resultat, wenn die Wolfsquinte nicht zwischen Es und Gis, sondern zwischen H und Ges liegt<sup>29</sup>.



<sup>29</sup> siehe Mark Lindley, Pythagorean Intonation, in The New Grove Dictionary of Music and Musicians, Bd. 15

Hier stehen neben den fünf pythagoreischen Terzen Es – G, B – D, F – A, C – E, G – H vier fast reine Terzen<sup>30</sup>: D – Fis (Ges), A – Cis (Des), E – Gis (As), H – Dis (Es). Diese Stimmung erlaubt für die Terzklänge dieser Literatur ein befriedigendes Klangbild. Insgesamt lässt sich aber anhand der Kompositionen und der Überlegungen von Prosdocimus die allmähliche Abwendung vom pythagoreischen System erkennen, die letztendlich zur Entwicklung der mitteltönigen Temperatur führt, welche erstmalig 1482 von Ramos de Pareijas beschrieben wird<sup>31</sup>.

### Pythagoreische Intonation im Ensemblespiel

Die Beantwortung der Frage, welche Bedeutung das pythagoreische Stimmungssystem für ein Ensemble ohne festgelegten Intonationsrahmen, also ohne determinierendes Lauten- Harfen- oder Tasteninstrument hat, ist nicht eindeutig historisch zu belegen. Ausführungen zum pythagoreischen System sind in der Regel theoretischer Natur, gehen also auf die Anforderungen der Musikpraxis nicht näher ein. Darüber hinaus finden sich für die frühe Musik keine exakten Besetzungsangaben, so dass man als Orientierungshilfen für die in der Intonation flexiblen Ensembles die seltenen Aussagen, die sich auf die vokale Praxis beziehen, auswerten muss.

Dass es auch ohne Notwendigkeit eine von reinen Intervallen abweichende Intonation bei Sängern gegeben hat, wird auf verschiedene Weise durch die Äußerungen von Odington und Marchetto belegt. So spiegelt Odingtons Äußerung eine offensichtlich unterschiedlich gehandhabte Praxis wieder. Auf der einen Seite gab es wohl Sänger, die einfach reine Terzen intoniert haben, auf der anderen Seite aber auch das Intonieren gemäß dem pythagoreischen Kanon. Dieses wird von Odington deutlich höher bewertet, wobei er andeutet, dass diese Intonation nur durch eine gewisse Kunstfertigkeit zu befriedigenden Resultaten führt.

Marchettos Modell der Fünfteilung des Ganztons zeugt von dem Bedürfnis, die Positionierung der Leittöne zu erleichtern, und weist damit nicht nur auf das Vorhandensein, sondern auch auf die Schwierigkeit einer Intonation hin, die von reinen Intervallen abweicht. Inwieweit diese Intonationshilfe zu Intervallen geführt haben mag, die dem pythagoreischen Kanon genau entsprachen, bleibt unklar. Dass seine Methode unter Sängern sehr weit verbreitet war und bis in das 15. Jahrhundert hinein angewendet wurde, bezeugt jedoch die Kritik von Prosdocimus.

Bei Kompositionen, welche Terzen nicht konsonant verwenden, tritt die Struktur im pythagoreischen Stimmungssystem wesentlich deutlicher zutage, denn dessen Terzen stellen echte klangliche Gegenpole zu den perfekten Konsonanzen dar. Intoniert man hingegen alle Intervalle einschließlich der Terzen rein, so ist das Gleichgewicht zwischen Konsonanz und Dissonanz, das den Farbenreichtum einer Komposition entscheidend mitbestimmt, wesentlich manipuliert.

Meiner Auffassung nach sollte man jedoch von einer pythagoreischen Stimmung mit Aufkommen der franko-flämischen Schule zu Beginn des 15. Jahrhunderts Abstand nehmen. Auch wenn hier noch die pythagoreische Lehre in der Theorie dominiert, so ist doch mit den Versuchen, das pythagoreische System zu Gunsten der reinen Terz zu modifizieren, dokumentiert, dass in der Musikpraxis deren Klang angestrebt wurde. Kann man aber diese Bestrebung beobachten, so gilt dieses um so mehr für Ensembles, in denen die Intonation der reinen Terz kein praktisches Problem darstellt. Da die Anerkennung der Terz als Konsonanz durch die Theorie den Kompositionen des 15. Jahrhunderts, also der Praxis hinterherhinkt, ist man gezwungen, die Entscheidung der Intonationsfrage aufgrund der Kompositionen selber zu treffen. Kompositionen, die Terzen satztechnisch konsonant behandeln, sollten auch entsprechend, also mit reinen Terzen intoniert werden.

Allerdings sollte die Entscheidung für ein Stimmungssystem auch bei früheren Kompositionen immer mit großer Sorgfalt gegenüber dem jeweiligen Stück getroffen werden. So gibt es durchaus sehr frühe Werke, die Terzen konsonant verwenden - Erscheinungen, die unter dem dogmatischen Einsatz pythagoreischer Intonation zur Groteske werden. Auch hier gilt unabhängig von dem Quellenalter die Kompositionsstruktur selber als entscheidendes Kriterium.

---

<sup>30</sup> Da das pythagoreische Komma etwas größer ist als das syntonische, sind diese Terzen, die im Quintenzirkel das pythagoreische Komma implizieren, um die Differenz zwischen dem pythagoreischen und dem syntonischen Komma kleiner als reine Terzen. Durch die Aufrundung der Zahlen beträgt die Differenz in dieser Darstellung 2 Cent (genauer Wert: 1,95 Cent).

<sup>31</sup> vgl. Lindley, 1987, S. 130 ff.

*Dieser Vortrag wurde durch praktische Beispiele begleitet. Zwei Teilnehmer demonstrierten zunächst den Unterschied zwischen reinen und pythagoreischen Terzen. Um sich an diese Intonation zu gewöhnen, ist die Verwendung eines Stimmgerätes äußerst hilfreich. Mit seiner Hilfe können die notwendigen Griffe für die entsprechenden Stufen festgelegt werden. Hier wird schnell deutlich, dass „normale“ Renaissance-Blockflöten den Spieler vor erhebliche Probleme stellen können, denn gerade in der unteren Lage, wo man keine Alternativgriffe verwenden kann, sind der Intonation der Terzen oft Grenzen gesetzt.*

*Im Weiteren wurden zwei englische Werke des späten 13. Jahrhunderts gespielt: Eine zweistimmige Nota<sup>32</sup> und „Edi beo thu“ (Anonymus)<sup>33</sup>, eine vokale zweistimmige Komposition.*

*Bei der Nota stellte die Anwendung der pythagoreischen Intonation kein Problem dar, sondern erhöhte vielmehr die Spannungsabläufe des Satzes. Hier sind die Terzen eher sparsam verwendet worden, sie kommen meistens als unbetonte Durchgänge oder mit dicht folgenden Quint- oder Oktavklängen vor.*

*Die gegenteilige Wirkung zeigte sich jedoch bei dem zweiten Stück. Der exponierte Einsatz der Terzen lässt hier keinen Zweifel an ihrer Funktion als Konsonanz aufkommen, auch wenn diese Erscheinung schwer einzuordnen ist. Werden diese Terzen nun pythagoreisch, also dissonant intoniert, verliert die Komposition ihren Sinn.*

*Durch die Gegenüberstellung der beiden in ihrer räumlichen und zeitlichen Genese vergleichbaren Stücke wurde verdeutlicht, wie stark die Satztechnik der Komposition selber berücksichtigt werden muss und letztendlich für die Wahl des Intonationssystems ausschlaggebend sein sollte.*

*Hannover, April 2000*

---

<sup>32</sup> London, British Library, Harley 978, f. 8'-9

<sup>33</sup> Oxford, Bodleian Library, Corpus Christi College, E. 59, f. 113'